GEOMETRIA A 2016/17 – Esercizi 14 Novembre 2016

Esercizio 1. Calcolare il rango delle seguenti matrici mediante utilizzando il principio dei minori orlati.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 6 & 3 \\ -1 & -1/3 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 11 & -1 & 3 & -1 & 4 \\ -6 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 7 & -9 & -7 & 1 \\ 1 & 5 & -6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Calcolare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

$$\begin{pmatrix} k & k-1 & k \\ 0 & 2k-2 & 0 \\ 1 & k-1 & 2-k \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ 1 & 1 & k \\ 2 & k & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3k & 8+2k & k-1 \\ 0 & 8k+8 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 6k & 4 & -2 & 2 \\ 4k+1 & 4 & -1 & 1 \\ -2k-1 & -2 & 1 & -1 \\ 2k+3 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. Risolvere i seguenti sistemi lineari utilizzando la regola di Cramer:

$$\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+3z=1 \\ y+2z=-1 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-3y+z=-8/3 \\ 10x+y+2z=0 \end{cases}$$

Esercizio 4. Determinare tutte le soluzioni di ciascuno dei seguenti sistemi lineari al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x+ky=4-k \\ kx+4y=4 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x-2y+(3+k)z=k+1 \\ x+(2k+4)y=-2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} (k-1)x+(k+1)y+kz=k \\ kx+(k+1)y+kz=0 \\ (k-1)x+kz=k \end{cases}, \qquad \begin{cases} (2-k)x+2y-z=0 \\ 3x+(3-k)y-z=5-k \\ -ky+(1+k)z=k+3 \end{cases}$$

Esercizio 5. Determinare, per ciascuna delle seguenti matrici, per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ essa è invertibile, e calcolarne l'inversa.

$$\begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 5 & k & 4 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & k \\ 0 & k & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 3 & 2k & -1 \\ k & -1 & 0 \\ 6-2k & 4k+2 & -2 \end{pmatrix}$$