

CONFERENZA INIZIALE

In questo incontro il mio obiettivo sarà quello di provare a farvi appassionare di matematica e dell'arte del punto croce. Sono due mie grandi passioni che porto avanti da quando ero alle scuole elementari; per molti sembreranno essere due mondi completamente distinti, in realtà cercherò di trasmettervi quali legami e quali relazioni vi sono tra di essi. Il nostro principale obiettivo sarà quello di imparare alcuni concetti matematici e i motivi legati allo studio di essi, senza però addentrarsi nel linguaggio matematico ma divertendoci con il punto croce.

Prima di fare questo, voglio anticiparvi un po' di cosa andremo a parlare citandovi una frase di un pittore famoso, Salvador Dalì, che a me ha colpito particolarmente:

«Devi, soprattutto da giovane, usare la geometria come guida alla simmetria nella composizione delle tue opere. So che i pittori più o meno romantici sostengono che queste impalcature matematiche uccidono l'ispirazione dell'artista, dandogli troppo su cui pensare e riflettere. Non esitare un attimo a rispondere loro prontamente che, al contrario, è proprio per non aver da pensare e riflettere su certe cose, che tu le usi»

In poche parole: basiamoci sulle simmetrie, sulla geometria, sulle proporzioni e poi lasciamoci andare all'ispirazione, il risultato avrà un perfetto equilibrio visivo; la matematica non limita la creatività, ma la rende più gestibile e consapevole. Nel nostro caso, quindi, facciamo in modo che ciò che vogliamo ricamare rispetti i “criteri matematici” e non perdiamo tempo a pensare cose impossibili e complesse, il risultato sarà sicuramente bello e impattante.

Vediamo ora alcuni esempi di come la matematica può essere divulgata attraverso il punto croce. Partiamo con argomenti molto basic e che tutti conoscono, come i numeri e le operazioni standard, per poi passare ad applicazioni più interessanti e complesse, come la sezione aurea. Il nostro percorso si baserà principalmente su 5 argomenti che saranno presentati seguendo l'ordine con cui vengono insegnati alle scuole. Essi sono:

1. Importanza dei numeri, delle tabelline e del saper contare;
2. Le figure geometriche piane e il calcolo dell'area: in particolare tratteremo quadrato, rettangolo, triangolo e trapezio isoscele;
3. Il piano cartesiano;
4. Le simmetrie, le proporzioni e i rapporti tra le forme;
5. Le sequenze numeriche: in particolare vedremo la sezione aurea, quindi la sequenza di Fibonacci e la conseguente omonima spirale.

1. Importanza dei numeri, delle tabelline e del saper contare.

I numeri spesso si inizia a impararli già dall'asilo e, in quel momento, i bambini sono sempre contenti e fieri di sapere i numeri dall'1 al 10. Fin qui è sempre tutto facile, ma quando si inizia ad andare alle scuole elementari e si passa alle operazioni comuni come addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni, le cose si complicano. Alla loro età, una delle cose più difficili sta diventando sempre più lo studio delle tabelline. Spesso capita che i bambini si chiedano perché sia così necessario saper fare le

operazioni e conoscere le tabelline; vediamone il motivo spostandoci dal ramo della matematica a quello dell'arte, in particolare tramite un'attività ludica: il punto croce. Per poter realizzare un qualsiasi disegno, la prima cosa da fare è contare i quadretti per essere in grado di gestire la tela a nostra disposizione e vedere come, ma soprattutto dove, posizionare il nostro disegno affinché i diversi elementi siano in armonia tra loro. Non possiamo pensare di far questo "a caso" perché spesso si compiono errori che non permettono di concludere l'elaborato o che lo fanno apparire "più brutto" rispetto a quello che invece è: manca l'armonia, l'ordine, tutto sembra sconnesso.

Esempi di errori possono essere:

- Iniziamo a realizzare il disegno e arriviamo ad un punto che dovremmo uscire dalla tela; il disegno è troppo grande rispetto allo spazio che abbiamo a disposizione.
- Se non contiamo e non seguiamo correttamente i quadretti, uno per uno, il disegno non si riesce a concludere; tutto sarà sfasato rispetto all'originale.
- Non valutando correttamente le dimensioni, si può ottenere un risultato che non è centrato: possiamo avere elementi più vicini di altri, uno spazio maggiore a sx piuttosto che a dx... tutto non è più in armonia.

Così come è importante saper contare i quadretti e saper inquadrare il disegno, prima di iniziare a realizzare un elaborato, così è altrettanto importante saper fare le operazioni e capire i concetti matematici di base prima di andare oltre. Il punto croce, così come la matematica, è tutto una questione di step; non possiamo pensare di "saltare" le tappe.

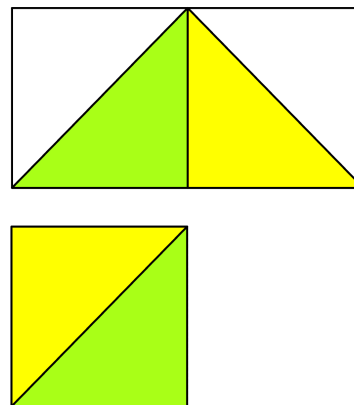
2. Le figure geometriche piane.

Quando si iniziano a studiare le figure geometriche piane, come quadrato, rettangolo, triangolo e trapezio, si inizia anche a dover imparare alcune formule, in particolare quelle riguardanti il calcolo dell'area dei poligoni. Essendo che ogni poligono ha caratteristiche proprie, non vi sarà un'unica formula ma ciascuno avrà la propria. Spesso i ragazzi imparano le formule a memoria così come sono, senza capire il concetto che sta alla base, e può quindi succedere che esse vengano mischiate tra loro. Man mano che le formule aumentano, non è così banale ricordarsi quando sommare, quando moltiplicare, quando dividere. Il nostro obiettivo sarà ora, in primis, quello di capire come si disegnano i poligoni, ma soprattutto capire se sia così necessario imparare a memoria le formule per calcolare l'area di essi.

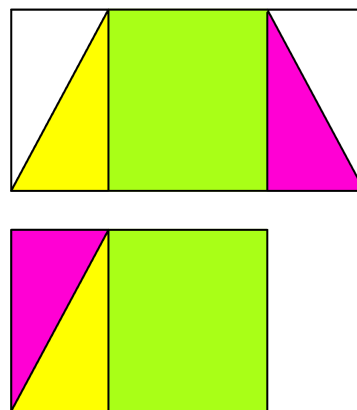
- Partiamo dal poligono più semplice: il quadrato. Esso è un poligono con 4 lati tutti uguali; quindi, per realizzare un quadrato, bisogna fare un numero X di punti verso destra, poi altrettanti verso l'alto, verso sinistra e poi verso il basso. Si chiude così il poligono. A scuola ci viene insegnato che l'area del quadrato è $A = l \cdot l$, dove l indica la lunghezza del lato del quadrato, cioè nel nostro caso il numero di punti X realizzati. Ma perché la formula è esattamente quella? Dato il nostro quadrato a punto croce, per trovare l'area basterà semplicemente contare tutti i quadretti coinvolti nella realizzazione di

esso, quindi sia i quadretti ricamati che costituiscono il perimetro, cioè il “contorno” del quadrato, sia tutti i quadretti interni delimitati dai lati. Perciò, invece di dover imparare a memoria la formula vista, potremmo semplicemente ricamare tutto il quadrato pieno e contare il numero di punti coinvolti.

- Passiamo ora al rettangolo: possiamo visualizzare il rettangolo come un “quadrato deformato”, cioè è un poligono a 4 lati con i lati opposti uguali. Per realizzare un rettangolo bisognerà fare un numero X di punti verso destra, un numero Y di punti verso l'alto, nuovamente un numero X di punti verso sinistra e infine un numero Y di punti verso il basso per chiudere così il poligono. Per il rettangolo, ci viene insegnato che l'area corrisponde a $A = b \cdot h$, dove b indica la lunghezza della base, cioè il numero X di punti e h indica la lunghezza dell'altezza, cioè il numero Y di punti. Anche in questo caso, piuttosto che doverci ricordare la solita formula, analogamente a quanto visto per il quadrato basterà contare tutti i quadretti coinvolti: sia quelli richiamati che costituiscono il contorno, sia quelli interni ad esso.
- Sembra quindi banale il fatto che, per calcolare l'area di un qualsiasi poligono, basti contare il numero dei quadretti. Le cose si complicano nel momento in cui i lati del poligono non sono più orizzontali o verticali, ma sono obliqui, come nel caso del triangolo, poligono a 3 lati. In questo caso, non sarà possibile calcolare il numero dei quadretti coinvolti essendo i lati obliqui. Infatti, è quasi impossibile realizzare un triangolo perfetto con la tecnica del punto croce e sembrerebbe quindi altrettanto impossibile anche calcolarne l'area senza ricorrere alle solite formule, che nel caso del triangolo corrisponde a $A = \frac{b \cdot h}{2}$.
Tuttavia basti osservare che, dato un triangolo, se noi costruiamo il rettangolo attorno ad esso, vedremo subito che l'area del triangolo non è altro che la metà dell'area del rettangolo (vedi immagine a lato). Quindi, pur non potendo calcolare i quadretti interni al triangolo, per calcolarne l'area sarà sufficiente calcolare i quadretti coinvolti nella realizzazione del rettangolo, con base e altezza pari a quelle del triangolo, e dividere per due.
- Un procedimento del tutto analogo si ottiene se consideriamo un trapezio, ad esempio il trapezio isoscele. Anch'esso è quasi impossibile da disegnare a punto croce a causa dei due lati obliqui. La formula per il calcolo dell'area che ci viene insegnata a scuola è molto più complessa rispetto a quelle dei poligoni precedenti, essendo $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ e in cui vengono coinvolti tutti i lati e tutte e 3 le operazioni: somma, prodotto, divisione.



Ancora una volta potremmo quindi evitare di imparare la formula e capire come ottenere l'area del nostro trapezio. Osserviamo che, analogamente a quanto visto per il triangolo, se costruiamo il rettangolo attorno al trapezio, possiamo vederlo come unione di tre parti: un rettangolo centrale e due triangoli ai lati. Per calcolare l'area basterà quindi sommare le singole aree: dovremmo contare tutti i quadretti inerenti al rettangolo centrale e contare tutti i quadretti inerenti ad uno dei due rettangoli esterni, osservando infatti che i triangoli laterali sono uguali e perciò l'unione dei due triangoli mi darà un rettangolo (vedi immagine a lato).



Abbiamo quindi visto che non è necessario sapere le formule per calcolare l'area di poligoni semplici e i cui lati hanno dimensioni accessibili. È ovvio che, per dimensioni maggiori e poligoni più complessi, le cose si complicano; ma, una volta capito il ragionamento, possiamo poi facilmente dedurre la formula matematica.

Il punto croce rende quindi più divertente, e soprattutto più semplice, calcolare le aree dei poligoni: la matematica, infatti, non è fatta solo di formule e studio mnemonico di esse.

3. Il piano cartesiano.

Come spiegare cosa sia il piano cartesiano senza utilizzare alcun concetto matematico ma soltanto una tela, ago e filo? Una volta calcolate misure, spazi e deciso il disegno, si inizia con la realizzazione. Ciò che permette di descrivere il concetto di piano cartesiano tramite il punto croce è la tela su cui si lavora, una tela a griglia regolare costituita da tutti quadratini l'uno affianco all'altro, esattamente come i quadretti di un quaderno. Solitamente si inizia l'elaborato a partire da uno dei 4 angoli, facilitando così l'individuazione del punto esatto ed evitando errori anche molto piccoli che generalmente non influiscono sulla realizzazione complessiva. Si inizia quindi con la realizzazione del primo “mezzo” punto (“mezzo” perché vengono prima realizzate le diagonali in una direzione, poi tutte le altre nell'altra direzione), che chiameremo origine. A questo punto possiamo spostarci in due principali direzioni:

- In orizzontale, verso destra e verso sinistra
- In verticale, verso l'alto e verso il basso

Si parte quindi dal punto origine, che identifichiamo con il numero 0, e ci si sposta per realizzare tutti gli altri punti. Ad ogni punto assoceremo così un numero, che dipenderà dalla sua posizione rispetto al punto 0. In realtà, ad ogni punto assoceremo 2 numeri, uno ne indicherà la direzione orizzontale, l'altro la direzione verticale.

Questo è quello che più formalmente in matematica prende il nome di piano cartesiano: l'origine corrisponde al punto (0,0) ed è il punto in cui si incontrano i due assi, quello orizzontale detto “asse delle ascisse” e quello verticale detto “asse delle ordinate”. Questa coppia di numeri nel linguaggio matematico prende il nome di

“coordinate cartesiane del punto”. Ad ogni punto del nostro disegno attribuiremo quindi una coppia di numeri (X,Y) che mi diranno quanto distanti sono rispetto al punto origine iniziale, quindi mi permetteranno di identificare la posizione del nostro punto. Tendenzialmente nella realizzazione dell'elaborato si inizia dall'angolo in basso a sinistra, in modo tale da spostarsi in direzioni orizzontale e verticale “positive”, cioè verso destra e verso l'alto.

Possiamo quindi definire cosa sia un piano cartesiano in matematica: un sistema costituito da un punto, detto origine, e da due assi perpendicolari che si incontrano in esso.

4. Simmetrie, proporzioni, rapporti tra le forme.

Se spiegassi che la simmetria è la proprietà di una figura o di un oggetto di essere invariante rispetto a una trasformazione, come una riflessione, una rotazione o una traslazione, sicuramente non tutti capirebbero, sia per la difficoltà di alcune parole, sia per il significato matematico così specifico di altre. Perché questi temi sono così frequenti nel punto croce? Osserviamo che spesso, nella realizzazione delle figure e del disegno complessivo, simmetria e proporzioni sono le qualità che emergono maggiormente; questo per vari motivi: sia perché disegnare figure simmetriche risulta più facile e più intuitivo, sia perché queste proprietà fanno emergere la bellezza dell'elaborato, caratterizzato da ordine, regolarità e semplicità. Ma vediamo ora cosa siano le simmetrie aiutandoci con il punto croce: supponiamo di voler rappresentare un qualsiasi oggetto, ad esempio una casa, un albero, una farfalla; tutti questi oggetti vengono realizzati in modo tale che, se divisi a metà in un modo specifico, le due parti sono esattamente uguali punto per punto, cioè ogni punto della prima metà che dista X quadretti dal punto di separazione, si troverà in modo analogo nella seconda metà alla stessa distanza. Vi sono diversi modi per dividere a metà un oggetto:

- Possiamo dividere parte destra e parte sinistra (così come parte superiore e inferiore), in questo caso nel gergo matematico si parla di *simmetria assiale*, cioè rispetto ad un asse;
- Possiamo dividere la figura rispetto ad un punto, in questo caso si parla di *simmetria centrale*.

Anche le proporzioni vengono spesso utilizzate e il motivo è esattamente lo stesso: l'ordine e l'armonia del risultato. Ma cosa si intende per proporzioni? Ci viene spiegato matematicamente che una proporzione è un'uguaglianza tra due rapporti in cui vengono coinvolte 4 grandezze; ma, ancora una volta, non è così semplice spiegare ad un bambino delle elementari cosa voglia dire questa frase così complessa. Vediamolo quindi utilizzando il punto croce: spesso, per disegnare figure molto semplici e squadrate, come case, rettangoli, trenini, si tende ad utilizzare un numero di quadretti per lato di numero pari, questo perché facilita l'utilizzo delle cosiddette “proporzioni”; i numeri pari sono sicuramente più facili da trattare rispetto a quelli dispari. Supponiamo di voler rappresentare un treno con i rispettivi vagoni: la motrice viene quasi sempre rappresentata con altezza doppia rispetto ai restanti vagoni o con dimensioni che siano legate tra loro in qualche modo; la lunghezza generalmente è sempre la stessa, né un quadretto in più, né uno in meno. Il tutto non è mai casuale,

gli oggetti hanno sempre dimensioni tali da creare un risultato armonico. Questo è quello che si intende per “proporzioni”, figure le cui dimensioni abbiano dei legami tra loro e non siano figure tutte sconnesse.

Vorrei ora mostrarvi alcuni miei elaborati per farvi vedere che simmetrie, proporzioni e rapporti tra i vari componenti fanno davvero la differenza: l'ordine e l'armonia fanno emergere la vera bellezza dell'opera.

1. Questo è quello che ho realizzato durante il corso svoltosi negli anni delle elementari: semplice e carino, ma si vede che ero alle prime armi: il nome non è centrato, le cornicette nella parte superiore non sono posizionate esattamente in corrispondenza a quelle nella parte inferiore, i quadretti a destra, sinistra, in alto e in basso non sono sempre uguali in numero. Forse nell'immagine non è così evidente, ma dal vivo si osservano queste imprecisioni. Il tutto è fatto un po' a caso.



2. Il seguente quadro è il secondo elaborato da me realizzato, iniziato in seguito al corso e proseguito durante la quarantena. Anche in questo caso, il quadro è molto bello ma si vede subito che l'elefante avrei dovuto realizzarlo più verso sinistra, in modo tale che fosse più centrato e lo spazio circostante fosse più o meno lo stesso. Sono piccole cose che però fanno la differenza. Alla vista sarebbe sicuramente molto più bello se tutto fosse ordinato.



3. Questi sono altri esempi: dagli asciugamani, ai segnalibri, ad altri quadri... in questo caso si vede che ogni punto è posizionato nel punto corretto, i disegni sono centrati e i quadretti sono contati e suddivisi in egual modo.

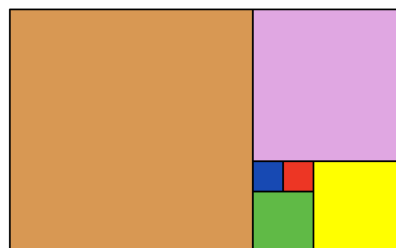




5. Sequenze numeriche: sezione aurea e spirale di Fibonacci.

Una volta introdotte proporzioni e operazioni di base, possiamo andare oltre e trattare argomenti anche più complessi, ovviamente in modo più semplice e divertente tramite l'utilizzo del punto croce. Vogliamo conoscere quello che prende il nome di “numero aureo”, da cui la cosiddetta “sezione aurea”. La sezione aurea è una costante matematica che assicura l'armonia delle proporzioni. Formalmente il numero aureo è un rapporto tra numeri che corrisponde al numero $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Ma che cos'è il simbolo $\sqrt{}$? E il simbolo $\div$? Come spiegarli a bambini, ragazzi o anche ad anziani che magari non hanno avuto la possibilità di studiarli? Vediamo da dove deriva questo numero e soprattutto come rappresentare in modo pratico quello che viene chiamato “rettangolo aureo”. Matematicamente, per fare questo vengono svolti una serie di calcoli, ma questo è proprio quello che vogliamo evitare. Per disegnare il rettangolo aureo si fa riferimento ad una sequenza di numeri che prende il nome di “sequenza di Fibonacci”: ogni numero di essa è la somma dei due numeri precedenti. Perciò si ha: $0, 1, 0+1=1, 1+1=2, 1+2=3, 2+3=5, 3+5=8$ e così via... dati questi numeri, possiamo ora realizzare il nostro rettangolo tenendo presente che essi rappresentano la lunghezza del lato di un quadrato.

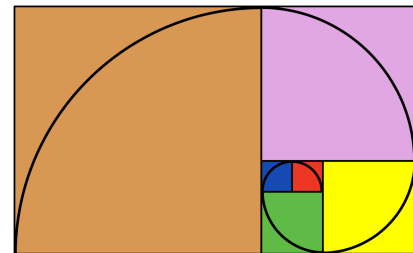
- Realizziamo un primo punto, che corrisponde ad un **quadrato di lato 1**
- Realizziamo un secondo punto ad esso adiacente, che corrisponde ad un **secondo quadrato di lato 1**
- A questo punto, dati i 2 punti, possiamo realizzare 4 punti adiacenti che vanno a formare un **quadrato di lato 2**



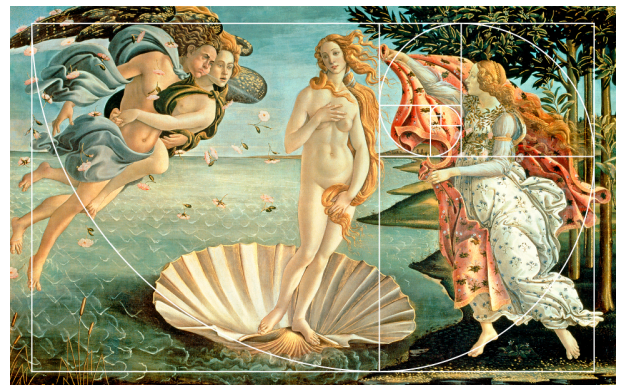
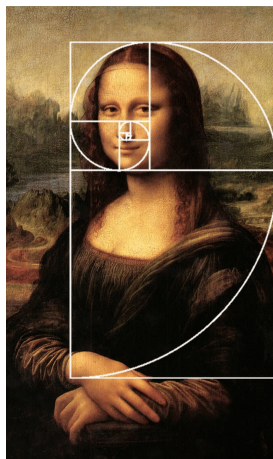
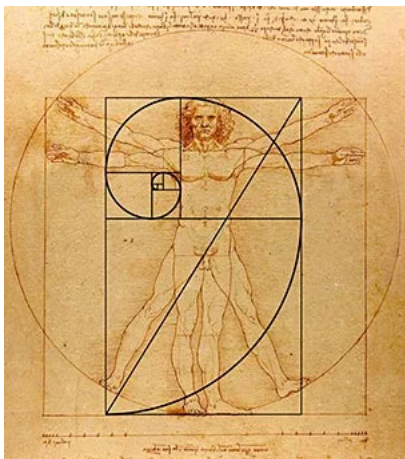
- Abbiamo ora un lato lungo 3, dato da 1 punto iniziale e dai 2 punti precedenti. Quindi possiamo realizzare il **quadrato di lato 3**, costituito da 9 punti.
- Proseguendo in questo modo, osserviamo che tutti i rettangoli che si ottengono volta per volta hanno una caratteristica comune: il rapporto tra il lato lungo e quello corto è uguale al rapporto tra i due lati che costituiscono quello lungo, e questo numero corrisponde al numero aureo.

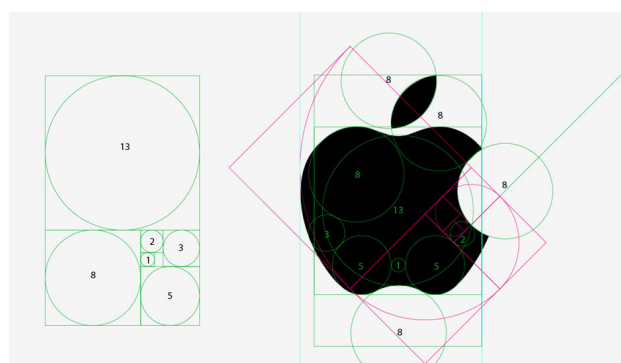
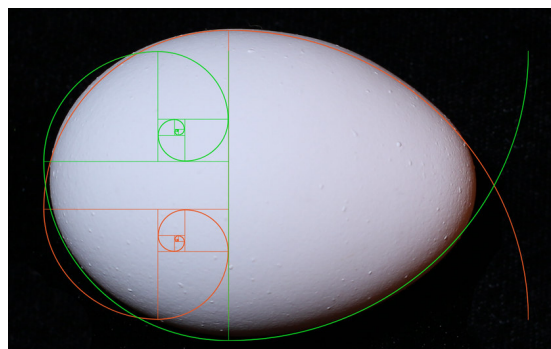
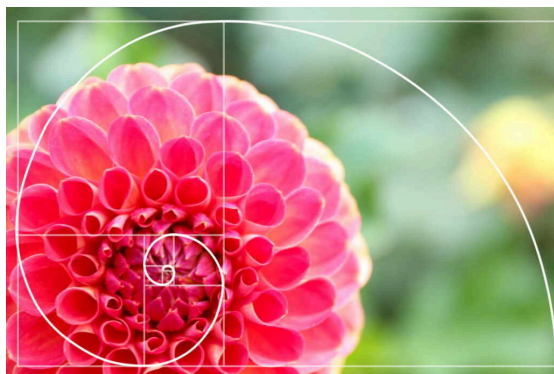
Per realizzare il nostro rettangolo aureo non abbiamo quindi avuto bisogno di rapporti e calcoli così complessi, ci basta solo realizzare dei punti vicini tra loro che seguano la logica della sequenza vista. E questo è puro divertimento!

A questo punto, realizzato il nostro rettangolo, possiamo parlare anche di “spirale di Fibonacci”, che ovviamente deriva dall’omonima sequenza. La spirale si ottiene semplicemente realizzando quarti di circonferenze, connesse tra loro seguendo un determinato verso, iscritte nei quadrati. Questo a punto croce risulta essere quasi impossibile, ma su un quaderno a quadretti munendosi di compasso è sicuramente molto facile e divertente. Abbiamo quindi imparato a realizzare il rettangolo aureo e la spirale di Fibonacci basandoci solo su una sequenza di numeri (che siamo in grado di calcolare grazie a delle addizioni) e senza conoscere tutte le operazioni complesse, come il calcolo del numero aureo, che vi stanno alla base.



Potremmo ora pensare: sì bello, ma questo a cosa mi serve? Vedrò mai un rettangolo aureo? Perché sono così importanti la sezione aurea e la spirale di Fibonacci? Esse sono molto ricorrenti soprattutto nell’arte, come nei quadri rinascimentali, essendo considerate un simbolo di bellezza, armonia, razionalità e perfezione. Esattamente i concetti che, a parer mio, stanno alla base della matematica. Ma osserviamo che la sezione aurea, e soprattutto la spirale di Fibonacci, non sono concetti così lontani dalla nostra vita quotidiana: li ritroviamo ad esempio nella forma delle uova, nei fossili del marmo, in loghi famosi come quello della Apple e in tanti altri elementi della nostra vita quotidiana. Eccone alcuni esempi:





LABORATORIO

Durante la conferenza abbiamo quindi appreso diverse nozioni: poligoni, figure simmetriche, proporzioni, rettangolo aureo. A questo punto tutti i bambini presenti sono invitati a realizzare, con l'aiuto dei propri accompagnatori, un proprio elaborato, che sia un poligono o un piccolo disegno. Ad ogni bambino presente viene quindi dato un pezzo di tela Aida e un ago. Vi sono poi un'infinità di fili, di tutti i colori, che possono utilizzare per provare a realizzare questi elementi di cui se ne è parlato precedentemente.

Possono realizzare numeri, seguendo degli schemi forniti dalla sottoscritta, possono realizzare poligoni e calcolarne l'area, possono rappresentare i rettangoli aurei e tentare di disegnare la spirale di Fibonacci su un foglio a quadretti. Infine, possono anche provare a realizzare figure più complesse caratterizzate dalla simmetria; tutti gli schemi su cui basarsi per la realizzazione di essi vengono forniti dalla sottoscritta. Per gli schemi proposti, si veda il pdf "schemi per laboratorio".