

N°01 Giugno 2016

# La Settimana Matematica

La rivista che sviluppa le tue capacità  
matematiche!



## Sudoku

		4	8			6		2
9	5				7	8	4	3
8	3		4	9	2		5	
6		1		3	9	4	7	
	8		2	4		3		9
3	4				8		2	
2	1	7	3		4	9	6	
5		3	7	6			8	
	6			2	5		3	1

La prima uscita de “La Settimana  
Enigmistica” interamente dedicata a giochi e  
quiz matematici.

Comparotto & Compagno Editore

**TROVA IL SUCCESSIVO**

Completare le sequenze con il numero che segue logicamente. (*Soluzione a pag. 11*)

1	3	2	4	?
---	---	---	---	---

1	4	9	16	?
---	---	---	----	---

1	1	2	3	?
---	---	---	---	---

4	8	16	32	?
---	---	----	----	---

**QUIZ:LA LUMACA RAMPICANTE**

Una lumaca intende arrivare in cima a un muro alto 7 metri; durante il giorno sale di 4 metri, ma nel corso della notte scivola indietro di 3 metri.

Dopo quanti giorni, dall'inizio della scalata, riuscirà a raggiungere la sommità del muro?

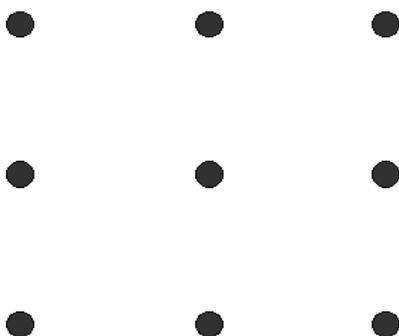
*Soluzione:* In pratica la lumaca sale di 1 metro ogni 24 ore; quindi si è istintivamente portati a concludere che le siano necessari 7 giorni per arrivare in cima al muro (alto 7 metri). In realtà, se così fosse all'alba del quinto giorno, partendo da 4 metri di altezza, non avrebbe la possibilità di salire per altri 4 metri, in quanto il tratto di muro rimasto, ne misurerebbe solo 3. la lumaca, quindi, riuscirà ad arrivare in cima al muro al termine del quarto giorno, salendo di 4 metri dopo essere partita da un'altezza di 3 metri (a quel punto trovandosi sulla sommità del muro, non dovrebbe più scivolare indietro di notte).

**9 PUNTI, 4 LINEE**

Disegnare una linea spezzata formata da 4 segmenti che passi attraverso tutti i nove punti.

*Attenzione:* La linea deve attraversare ogni punto una e una sola volta!

(*Soluzione a pag. 11*)



## TANGRAM

Il Tangram è un gioco rompicapo cinese. È costituito da sette tavolette (dette tan) inizialmente disposte a formare un quadrato.

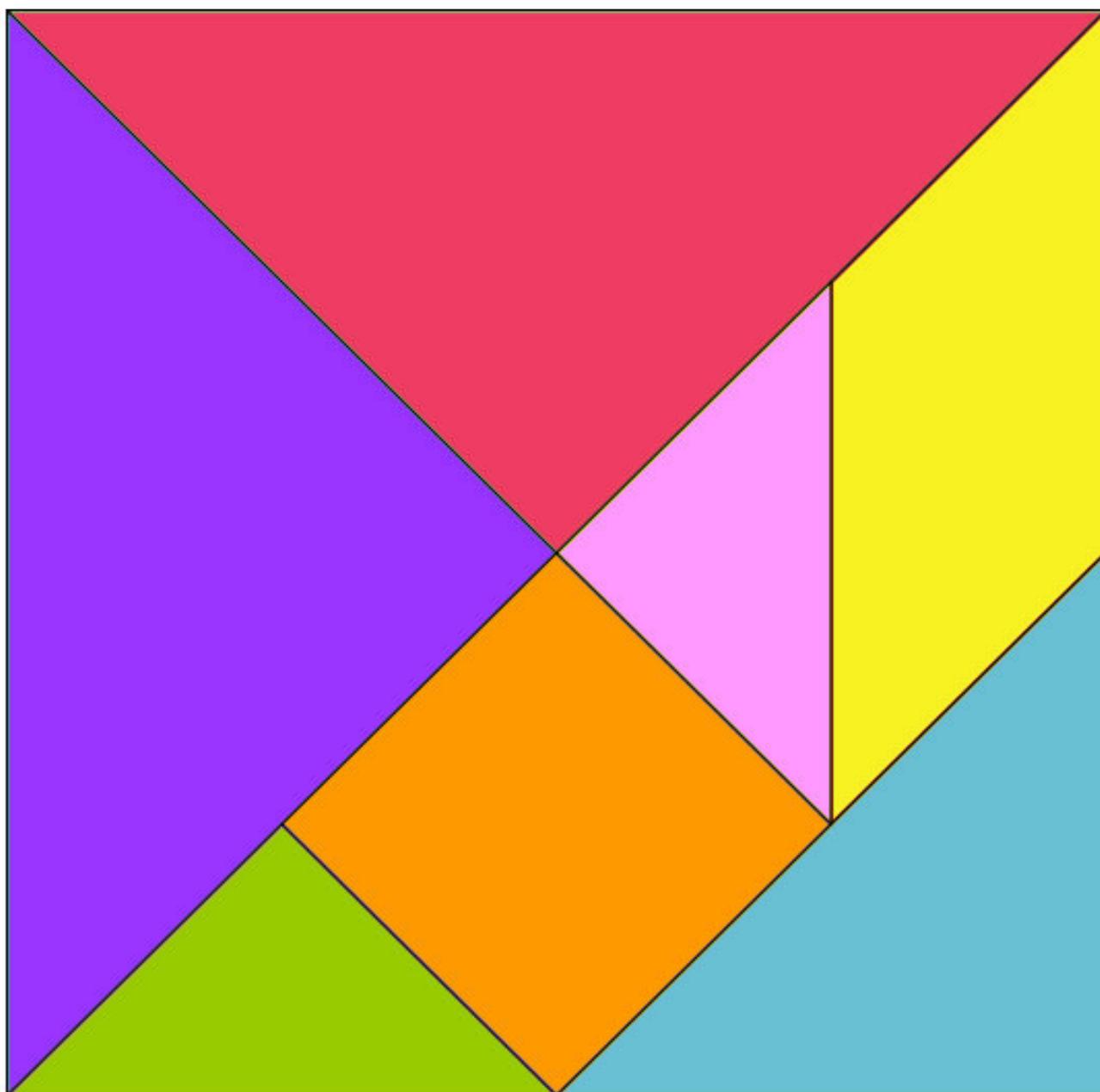
I sette tan sono due triangoli rettangoli grandi, un triangolo rettangolo medio e due piccoli, un quadrato ed un parallelogramma.

Il Tangram è conosciuto come “Le sette pietre delle saggezza” perché si diceva che la padronanza di questo gioco fosse la chiave per ottenere saggezza e talento.

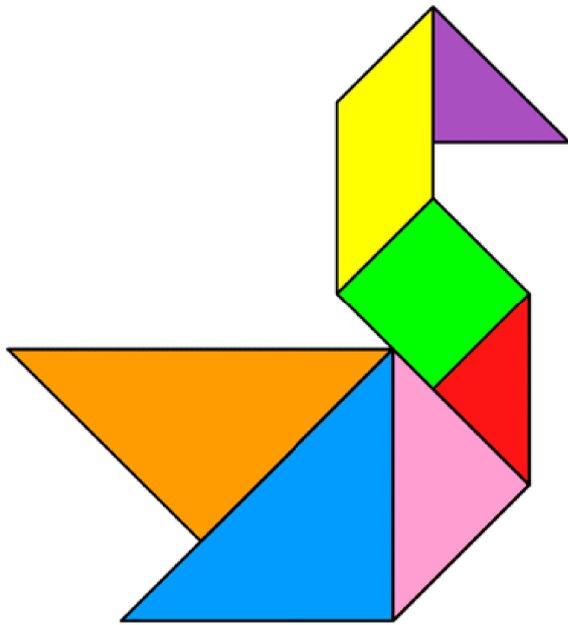
Poco o nulla si sa circa le origini del gioco; persino l'etimologia del nome non è chiara.

Combinando opportunamente i pezzi del Tangram, è possibile ottenere un numero pressochè infinito di figure, alcune geometriche, altre che ricordano oggetti d'uso comune.

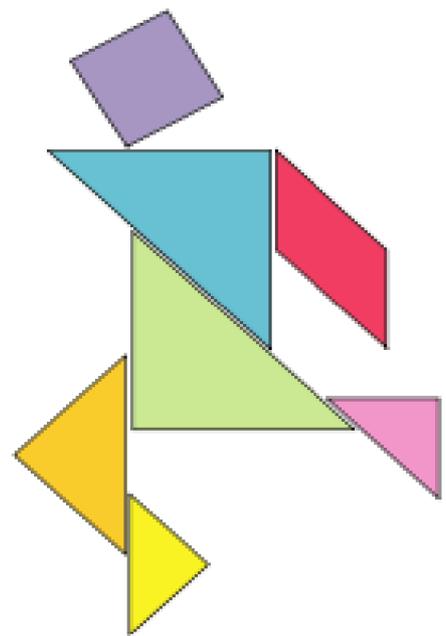
Provate anche voi a cimentarvi in questa antica arte ritagliando il Tangram sotto riportato. *(Potete trovare alcuni esempi nella pagina successiva)*



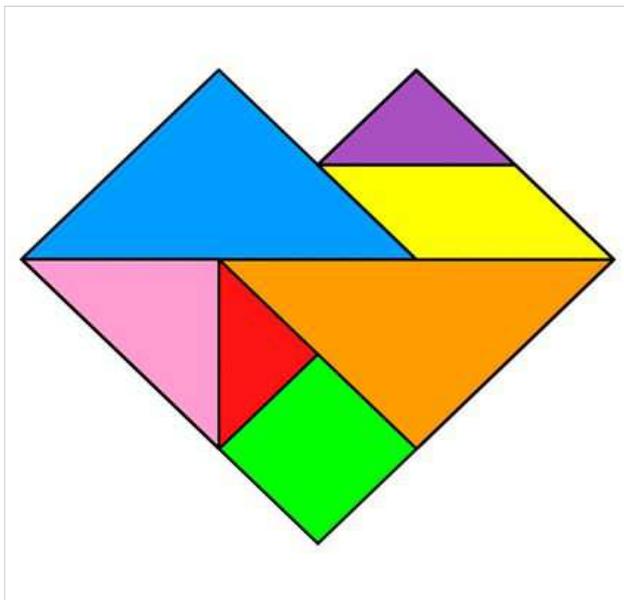
Alcuni esempi delle figure che si possono realizzare con le forme geometriche del Tangram:



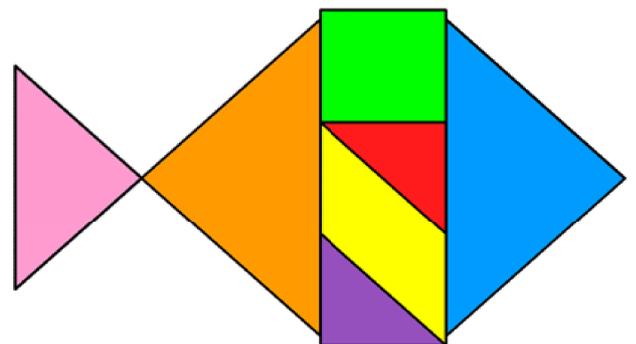
*Cigno*



*Uomo in corsa*



*Cuore*



*Pesce*

*(Potete trovare ulteriori immagini alla pag. 11)*

## FORSE NON TUTTI SANNO CHE...



Google™ =  $10^{100}$

Il motore di ricerca Google deve il suo nome al googol che è un numero intero esprimibile con 1 seguito da 100 zeri, pari cioè a  $10^{100}$ . Il termine è stato ideato dal matematico Edward Kasner nel 1938 nel suo libro "Matematica e Immaginazione". Il nome gli fu suggerito dal nipotino di soli nove anni, Milton Sirotta.



John Forbes Nash, Jr. (1928 – 2015) è stato un matematico ed economista statunitense. Premio Nobel per l'Economia nel 1994; egli è divenuto famoso al grande pubblico anche per aver sofferto per lungo tempo di una grave forma di schizofrenia, ispirando la realizzazione del noto e pluripremiato film "A Beautiful Mind".



Évariste Galois (1811-1832) è stato un importante matematico francese. Egli morì a soli vent'anni durante un duello, combattuto per salvare l'onore di una donna che il giovane amava. Pare che Évariste fosse così sicuro di morire durante quel duello, al punto che passò tutta la notte precedente a cercare di sistemare i suoi lavori matematici e in questi vi sono delle annotazioni in cui afferma che gli manca il tempo per un'esposizione più completa e chiara.



Un frattale è un oggetto geometrico dotato di autosimilarità: si ripete nella sua forma allo stesso modo su scale diverse, e dunque ingrandendo una qualunque sua parte si ottiene una figura simile all'originale. La natura produce molti esempi di forme molto simili ai frattali. Ad esempio in un broccolo ogni pezzetto è approssimativamente simile all'intero ortaggio.



Johann Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) è stato un matematico, astronomo e fisico tedesco, che ha dato contributi determinanti in analisi matematica, teoria dei numeri, statistica, calcolo numerico, geometria differenziale, geodesia, geofisica, magnetismo, elettrostatica, astronomia e ottica. Un aneddoto, piuttosto verosimile, racconta che a nove anni, il suo insegnante, J.G. Büttner, per mettere a tacere i turbolenti allievi, ordinò loro di fare la somma dei numeri da 1 a 100. Quasi subito il bimbo Gauss diede la risposta esatta, sorprendendo l'insegnante ed il suo assistente Martin Bartels.

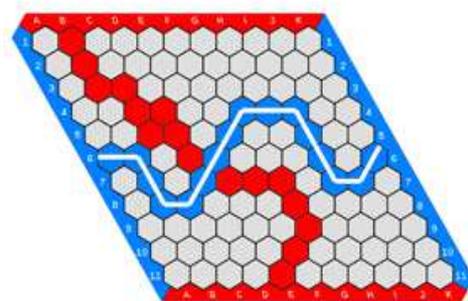
## HEX

Hex è un gioco da tavolo inventato dal matematico danese Piet Hein nel 1942, e reinventato indipendentemente dal futuro premio Nobel per l'economia statunitense John Nash nel 1948.

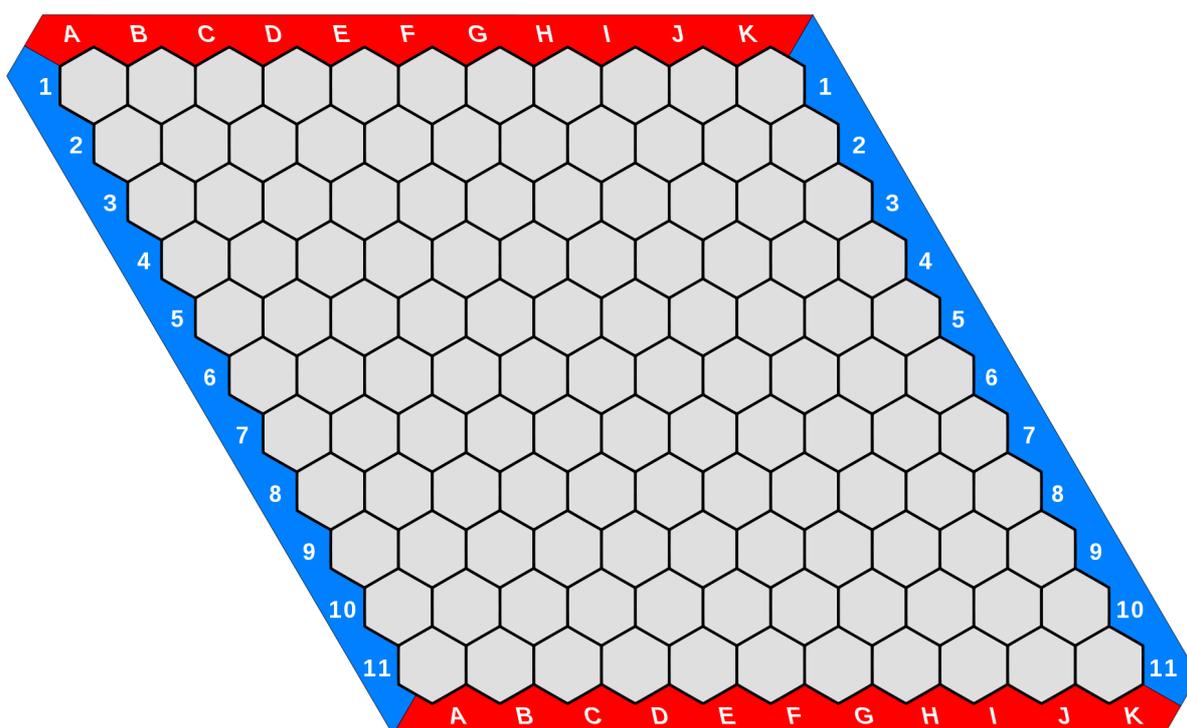
In una scacchiera romboidale con caselle esagonali, i due giocatori devono disporre le proprie pedine in modo da formare una linea continua tra i due lati opposti del proprio colore (ogni giocatore ha due lati del rombo, non contigui). I giocatori hanno due colori, di solito rosso e blu. Alternatamente pongono una pedina in una casella esagonale della scacchiera. L'obiettivo del giocatore rosso è di formare una linea continua che connette i due lati rossi della scacchiera, l'obiettivo del giocatore blu è connettere i lati blu.

Per questo gioco, poiché esiste una prova matematica del vantaggio vincente della prima mossa, vige la "Regola della torta". Dopo che il primo giocatore ha effettuato la sua prima mossa, il secondo giocatore può scegliere se continuare con una nuova mossa o appropriarsi della mossa scelta dall'avversario. In questo modo il primo giocatore non cercherà mai un vantaggio eccessivo, dato che il secondo potrebbe scambiare le posizioni. Il gioco non può finire con un pareggio: l'unico modo di impedire all'avversario di formare un percorso continuo, è formare un percorso continuo con il proprio colore.

*Munitevi di due penne di colori differenti e provate anche voi a vincere una partita di Hex.*



*Esempio di partita vinta dal giocatore "blu"*



## CRITTOGRAFIA

La seguente serie di numeri è in realtà un famoso teorema di geometria che è stato criptato, ovvero ogni lettera è stata sostituita con un numero e a numero uguale corrisponde lettera uguale.

Provate a decifrarlo e scoprire l'enunciato di questo famoso teorema.

*(Soluzione a pag. 12)*

12 13 – 18 1 4 7 19 4 21 16 – 6 16 20 21 19 1 12 21 16 – 20 1 13 13 ' 12 17 16 21 8

15 1 20 4 – 8 – 1 10 1 4 13 8 – 4 13 13 4 – 20 13 14 14 4 – 7 8 12 – 18 1 4 7 19 4 21

12 – 18 1 4 7 19 4 21 12 – 20 1 12 – 13 4 21 12.

## PROVA A RISPONDERE...

**1. Se una gallina e mezza fa un uovo e mezzo in un giorno e mezzo, quante uova fa una gallina in sei giorni?**

**2. Nel garage dietro casa sua, Bill ha tre scatoloni. Su uno c'è l'etichetta "Mele", su un altro l'etichetta "Limoni" e sul terzo l'etichetta "Mele e limoni".**

L'unica cosa che Bill sa è che nessuna delle etichette è corretta!

**Come può Bill rietichettare correttamente le tre scatole potendo prendere solo un oggetto da una sola di esse (senza guardarne il contenuto) ?**

**3. L'altro ieri avevo 20 anni. Il prossimo anno ne compirò 23.**

**Che giorno è oggi?**

**In che giorno compio gli anni?**

## ...O TE LO DICO IO.

**1. Quattro uova. Le affermazioni seguenti sono tutte equivalenti:**

- Una gallina e mezza fa un uovo e mezzo in un giorno e mezzo.
- Una gallina fa un uovo in un giorno e mezzo.
- Una gallina fa due uova in tre giorni.
- Una gallina fa quattro uova in sei giorni.

**2. Sapendo che tutte e tre le etichette sono errate, a Bill basterà prendere un oggetto dalla scatola etichettata "Mele e Limoni". Se l'oggetto che prende è una mela, allora la scatola da cui ha pescato conterrà certamente mele. Quindi la scatola etichettata "Mele" non potrà che contenere limoni (se contenesse mele e limoni risulterebbe corretta l'etichetta sulla rimanente scatola), e la rimanente, quella etichettata "Limoni", conterrà mele e limoni.**

Se invece l'oggetto che Bill prende è un limone, la scatola da cui ha pescato conterrà

certamente limoni e le scatole etichettate "Limoni" e "Mele" conterranno rispettivamente mele e mele e limoni.

3. Oggi è il 1° gennaio e io compio gli anni il 31 dicembre.

Infatti:

l'altro ieri, ovvero il 30 dicembre, avevo 20 anni.

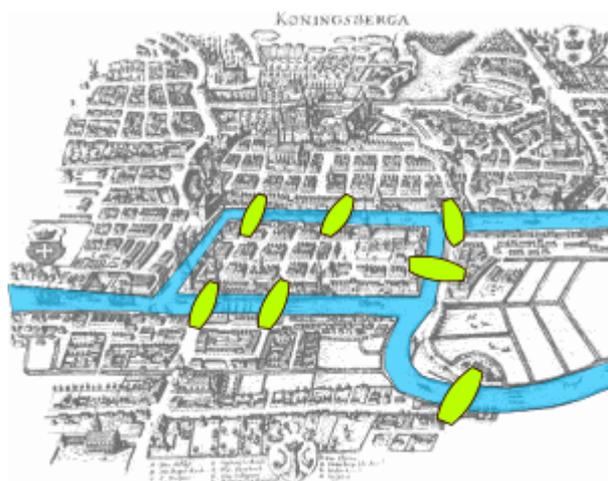
Ieri, 31 dicembre, ho compiuto 21 anni.

Il 31 dicembre di quest'anno compirò 22 anni.

Il prossimo anno ne compirò 23.

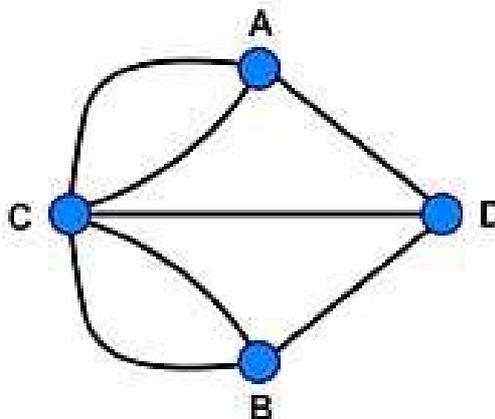
## I PONTI DI KÖNIGSBERG

Leggenda vuole che intorno alla fine del 1700 i cittadini benestanti di Königsberg passeggiassero per la loro città cercando di attraversarne tutti i 7 ponti, senza mai percorrere più di una volta lo stesso. La città (attuale Kalinigrad, situata nell'exclave russa sul baltico) è infatti attraversata dal fiume Pregel e dai suoi affluenti e la seguente immagine mostra la disposizione dei ponti su quei fiumi presente in quell'epoca:



che i cittadini di Königsberg davvero impiegassero il loro tempo libero in questo modo forse è fantasia, ma il problema fu davvero posto, diverse volte. Nel 1736 Eulero (importantissimo matematico del periodo) affrontò il problema e lo risolse. Ora, prima di illustrare la sua soluzione, perché non vi cimentate voi nel problema? Ovvero, riuscite a spiegare quale è il percorso che bisogna seguire o perché tale percorso non esiste?

Suggerimento: il problema graficamente può essere pesato con l'aiuto della seguente immagine:

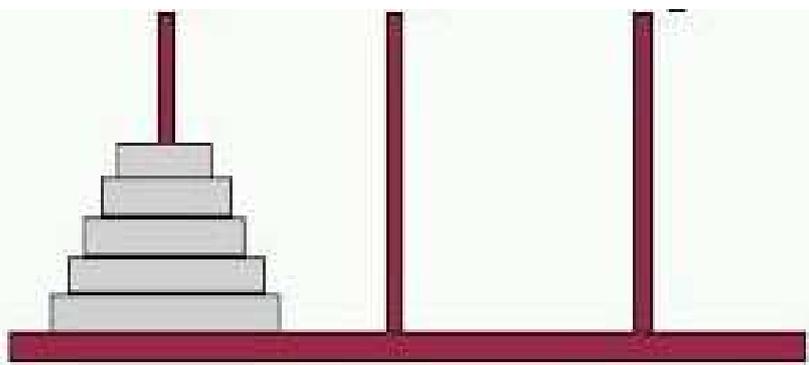


In cui A,B,C e D rappresentano le quattro zone della città ritagliate dai fiumi, mentre le sette linee che uniscono questi punti sono i sette ponti della città. Una eventuale soluzione al problema sarebbe quindi rappresentata da un percorso che, rimanendo sulle linee nere, tocchi tutti e 4 i punti senza mai passare sulla stessa linea più di una volta (è invece possibile passare più di una volta sullo stesso punto).

*(Soluzione a pag. 12, in questa pagina potete trovare anche nuovi e divertenti sfide: mettetevi alla prova con le immagini di alcune città immaginarie e provate a dire se è possibile o meno percorrere tutti i loro ponti senza mai attraversare più di una volta lo stesso.)*

## LA TORRE DI HANOI

La torre di hanoi è un gioco matematico diffuso nel 1883 da N. Claus de Siam, mandarino del collegio di Li-Sou-Stian (in realtà pseudonimo del dal matematico francese Edouard Lucas ). Funziona così: ci sono tre aste verticali, su una di esse sono inanellati alcuni dischi bucati al centro, dal più grande che sta in fondo, al più piccolo che sta in cima. Lo scopo del gioco è spostare tutti i dischi su un'altra asta seguendo due regole: si può spostare un disco alla volta e lo si può posare solo o in un'asta vuota o su di un disco più grande. Per chiarire le idee questa è una torre di Hanoi con cinque dischi:



La leggenda vuole che in un tempio indù alcuni monaci sono costantemente impegnati a spostare su tre colonne di diamante 64 dischi d'oro secondo le regole della Torre di Hanoi (a volte chiamata Torre di Brahma), e quando i monaci completeranno il lavoro, il mondo finirà. La domanda è: “dobbiamo preoccuparci?”  
*(Soluzione a pag. 13)*

## TROVA L'ERRORE

Un famoso sillogismo recita: “Socrate è un uomo, tutti gli uomini sono mortali, quindi Socrate è un uomo.” Istintivamente ci accorgiamo che tale sillogismo è giusto. Allo stesso modo possiamo dire il seguente sillogismo: “Pietro e Paolo sono apostoli, gli apostoli sono dodici, quindi Pietro e Paolo sono dodici.” In questo caso ci accorgiamo che c'è qualcosa che non va, però i due sillogismi sono sintatticamente identici, perché il secondo è sbagliato?

*(Soluzione a pag. 14)*

## INDOVINELLI LOGICI

Di seguito sono proposti alcuni indovinelli logici.

Provate ad usare le vostre abilità logico-matematiche per risolvere i quattro seguenti indovinelli.

*(Soluzione a pag. 15)*

### •Dieci affermazioni

Provate a cercare di capire quante e quali delle seguenti dieci affermazioni sono vere?

1. Esattamente una di queste affermazioni è falsa.
2. Esattamente due di queste affermazioni sono false.
3. Esattamente tre di queste affermazioni sono false.
4. Esattamente quattro di queste affermazioni sono false.
5. Esattamente cinque di queste affermazioni sono false.
6. Esattamente sei di queste affermazioni sono false.
7. Esattamente sette di queste affermazioni sono false.
8. Esattamente otto di queste affermazioni sono false.
9. Esattamente nove di queste affermazioni sono false.
10. Esattamente dieci di queste affermazioni sono false.

### • I due missili

Due missili si dirigono l'uno verso l'altro ad una velocità di 29.000 km/h, il primo, e di 1.000 km/h, il secondo. Sapendo che essi partono inizialmente ad una distanza di 4.123.321 km, sapete dire a che distanza saranno un minuto prima di incontrarsi senza però usare una calcolatrice?

### • Quattro pecore

Un pastore aveva quattro pecore. Una mattina si svegliò e notò che le sue quattro pecore erano disposte in modo tale da essere tutte equidistanti le une dalle altre. Dove si trovavano e come erano disposte?

### • I due numeri

A due persone vengono appiccicati sulla fronte due biglietti recanti un numero ciascuno. Le due persone sanno che si tratta di due numeri interi consecutivi (tipo 12 e 13). Ciascuna persona vede il biglietto che si trova sulla fronte dell'altra persona ma, ovviamente, non vede il biglietto che sta sulla propria fronte. La prova consiste

nello scoprire quali sono i due numeri. Ecco il dialogo che è avvenuto fra le due persone, chiamiamole A e B. A: - Non posso determinare il mio numero. B: - Non posso determinare il mio numero. A: - Non posso determinare il mio numero. B: - Non posso determinare il mio numero. A: - Non posso determinare il mio numero. B: - Non posso determinare il mio numero. A: - Non posso determinare il mio numero. B: - Non posso determinare il mio numero. A: - Posso determinare il mio numero. B: - Posso determinare il mio numero. Quali erano i due numeri?

## TUTTE LE SOLUZIONI DEI GIOCHI

### Pag. 2 TROVA IL SUCCESSIVO

*Partendo dal primo numero al primo passaggio si aggiunge +2, al secondo si sottrae -1 e si ripete fino a trovare l'ultimo numero che è 3 (=4-1).*

1	3	2	4	3
---	---	---	---	---

*La successione è data da:  $1^2$ ,  $2^2$ ,  $3^2$ ,  $4^2$  e l'ultimo numero è dato da:  $5^2$*

1	4	9	16	25
---	---	---	----	----

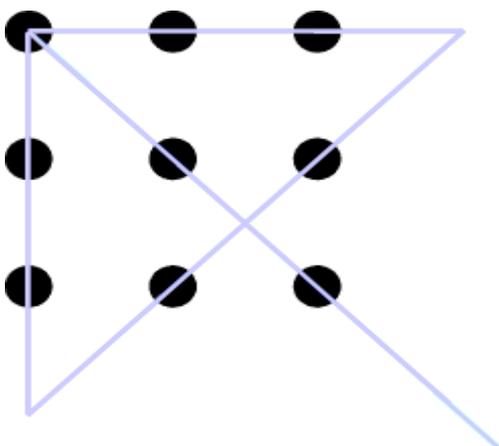
*Questa è la famosa successione di Fibonacci dove ogni numero è la somma dei due che lo precedono.*

1	1	2	3	5
---	---	---	---	---

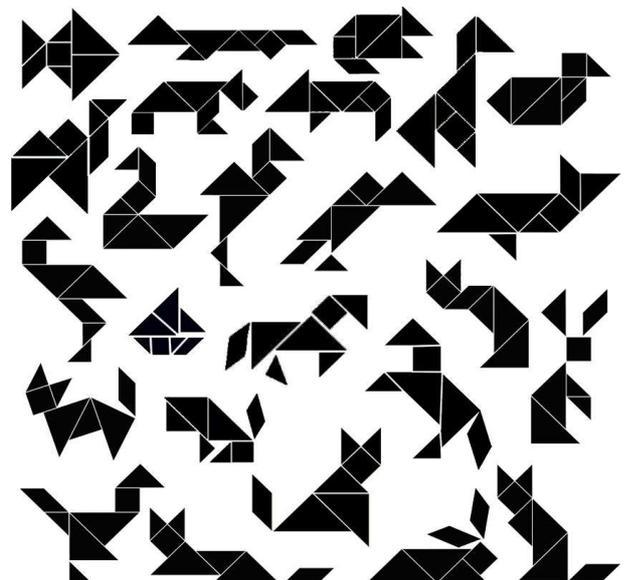
*Ogni numero della successione è il precedente moltiplicato per 2*

4	8	16	32	64
---	---	----	----	----

### Pag. 2 9 PUNTI, 4 LINEE



### Pag. 3 TANGRAM



## Pag. 7 CRITTOGRAFIA

## “IL QUADRATO COSTRUITO SULL'IPOTENUSA È UGUALE ALLA SOMMA DEI QUADRATI COSTRUITI SUI LATI”

In crittografia il cifrario di Cesare è uno dei più antichi algoritmi crittografici di cui si abbia traccia storica. È un cifrario a sostituzione monoalfabetica in cui ogni lettera del testo in chiaro è sostituita nel testo cifrato dalla lettera che si trova un certo numero di posizioni dopo nell'alfabeto. Questi tipi di cifrari sono detti anche cifrari a sostituzione o cifrari a scorrimento a causa del loro modo di operare: la sostituzione avviene lettera per lettera, scorrendo il testo dall'inizio alla fine.

Schema del cifrario di Cesare

In particolare, Cesare utilizzava uno spostamento di 3 posizioni (la chiave era dunque 3).

Nel nostro cifrario sono stati sostituiti i numeri alle lettere secondo il seguente schema:

<b>Testo in chiaro</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>h</b>	<b>i</b>	<b>l</b>	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>o</b>	<b>p</b>	<b>q</b>	<b>r</b>	<b>s</b>	<b>t</b>	<b>u</b>	<b>v</b>	<b>z</b>
<b>Testo cifrato</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

Per cifrare un messaggio, basta prendere ogni lettera del testo in chiaro e sostituirla con la corrispondente lettera (o numero, come nel nostro caso) della riga testo cifrato. Per decifrare, viceversa.

## Pag. 8 I PONTI DI KÖNIGSBERG

## SOLUZIONE DE “I PONTI DI EULERO”

Innanzitutto la seconda immagine presentata è detta grafo, i punti A,B,C e D sono detti nodi e le linee che li congiungono sono dette archi. Il problema è in realtà impossibile e per notarlo si può ragionare in questo modo: prima contiamo quanti archi si dipartono da ciascun nodo, poi chiamiamo i nodi pari o dispari a seconda del caso che tale numero sia pari o dispari. Per esempio nel caso dei ostri ponti abbiamo che da A si dipartono 3 archi, come da B e da D. Da C se ne dipartono 5. Quindi tutti i nodi sono dispari. Ora immaginate di uno dei tre nodi da cui si dipartono tre archi (facciamo A), se questo non è il nodo da cui partite a tracciare il percorso allora a un certo punto ci arriverete per la prima volta. A quel punto avrete percorso uno degli archi di A, facciamo che per ricordarci di averlo percorso lo inspessiamo con un pennarello colorato, mentalmente o anche per davvero se preferite. Quindi quando arriviamo ad A la prima volta uno dei suoi tre archi è colorato e gli altri due no. A questo punto saremo costretti ad andarcene da A per uno di questi archi e coloreremo pure lui. Se vogliamo percorrere tutti gli archi però dovremo prima o poi anche

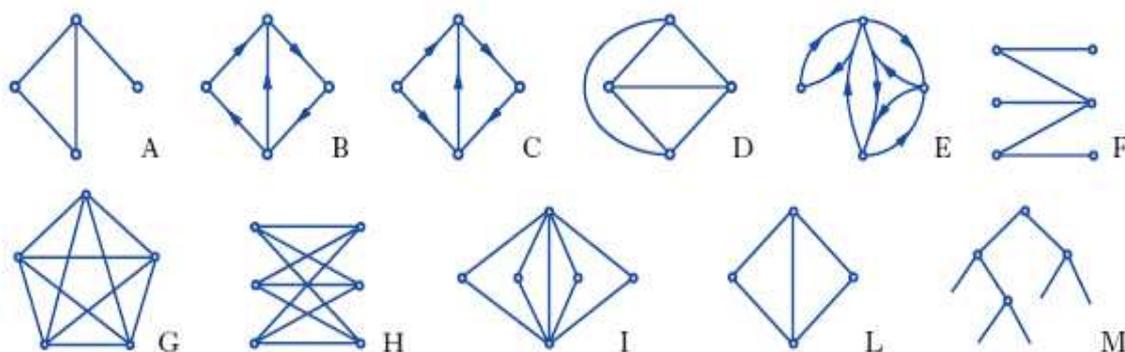
colorare il terzo arco di A, e quando lo faremo arriveremo in A per una seconda volta e a quel punto non potremmo più allontanarci da A poiché avremo già colorato tutti i suoi archi. Quindi, necessariamente, se A non è il punto da cui partiamo a colorare, A è il punto in cui dobbiamo terminare la nostra passeggiata.

Lo stesso ragionamento però lo possiamo fare con i punti B e D, poiché anche loro hanno 3 archi. In realtà anche con l'arco C, anche se questo ne ha 5: infatti vorrà dire che toccheremo C la prima volta e coloreremo due suoi archi, poi toccheremo C una seconda volta e coloreremo altri due suoi archi, infine coloreremo il quinto arco di C arrivando in C per la terza volta e non potremo più muoverci.

Quindi tutti i nodi da cui noi non partiamo a colorare devono essere nodi in cui terminiamo il nostro percorso, ma questo è impossibile, poiché noi possiamo terminare il nostro percorso solo in un nodo alla volta, quindi tale percorso non esiste e quindi il problema è impossibile.

Con un po' di fatica vediamo che possiamo anche generalizzare il nostro ragionamento a un grafo qualsiasi: in tale grafo tutti i nodi con un numero di archi che si dipartono da esso pari a  $1, 3, 5, 7, \dots$  ovvero tutti i nodi dispari, o sono punti di partenza o sono punti di arrivo. Quindi non possiamo colorare tutto il grafico con le nostre regole se i nodi dispari sono più di due. Se vi piace potete quindi dire se è possibile o meno percorrere tutti i ponti delle seguenti città immaginarie:

(*Attenzione:* Alcuni dei seguenti grafi contengono dei lati che sono segnati con una freccia; in questi vi è l'ulteriore regola che impone di percorrere questi lati seguendo il verso della freccia).

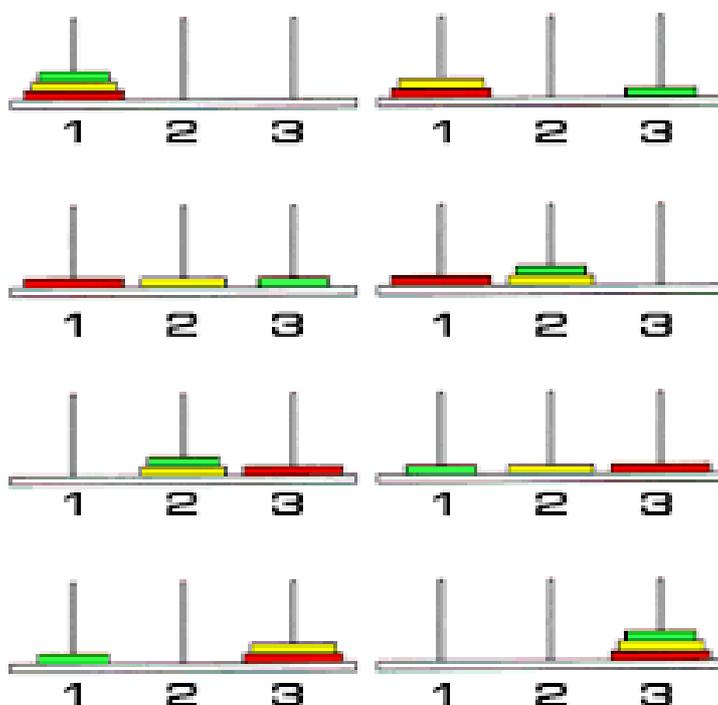


## Pag. 9 LA TORRE DI HANOI

La risposta è no. Infatti si può dimostrare che il numero di mosse minimo per risolvere il gioco con  $n$  dischi è di  $2^n - 1$ . Nel caso di 64 dischi, se si fanno un po' di conti si vede che il numero minimo di mosse necessarie è molto grande, pari circa a  $10^{20}$ . Facendo un altro po' di conti si vede che, se i monaci riuscissero a fare persino una mossa al secondo impiegherebbero circa 500 miliardi di anni per finire

di spostare la torre. Quindi non dobbiamo preoccuparci.

Si può arrivare alla risposta osservando che nel caso di un disco basta una mossa, ovvero 2-1 mosse. Nel caso di due dischi bastano 3=4-1 mosse. Nel caso di tre dischi ne bastano 7=8-1, infatti servono le seguenti mosse:



Non è difficile convincersi che questi procedimenti siano quelli più brevi per risolvere il gioco. E ormai abbiamo capito come funziona: per quattro dischi serviranno come minimo  $15=16-1=2^4-1$  mosse, per cinque dischi ne serviranno 31, per sei 63 eccetera. Si può anche notare che il procedimento risolutivo è ricorsivo, nel senso che una volta riusciti a posare il più grande disco sull'altra asta (per forza di cose in fondo ad essa) basta ripercorrere il procedimento risolutivo con un numero di dischi calato di uno.

#### Pag. 9 TROVA L'ERRORE

La differenza consiste nel fatto che i due sillogismi attribuiscono diverso significato al verbo essere che usano. Infatti nel primo sillogismo la frase “tutti gli uomini sono mortali” esprime una proprietà che hanno gli uomini, essendo Socrate un uomo, il sillogismo sta in piedi. Nel secondo invece la frase “gli apostoli sono dodici” esprime una proprietà dell'insieme degli apostoli, non degli apostoli stessi. Da un punto di vista matematico il secondo sillogismo serve anche per far riflettere sul fatto che la relazione d'appartenenza ad un insieme non sia transitiva, ovvero non è che se qualcosa appartiene a qualcos'altro, e questo qualcos'altro appartiene a una terza cosa, allora segue che la prima cosa appartiene alla terza. Infatti Pietro e Paolo

entrambi appartengono all'insieme degli apostoli, l'insieme degli apostoli appartiene all'insieme di gruppi di dodici persone, ma non per questo segue che Pietro e Paolo sono entrambi, ciascuno singolarmente o in coppia, un gruppo di dodici persone.

Pag. 10 ENIGMI LOGICI

**LE DIECI AFFERMAZIONI:** Se tutte e 10 le affermazioni sono false allora la decima è vera. Ma se essa è vera allora abbiamo una contraddizione perché almeno una frase è vera. Infatti nessuna coppia di affermazioni può essere vera contemporaneamente poiché si contraddirebbero a vicenda. Quindi esattamente una frase è vera ovvero esattamente nove sono false e questo è esattamente la nona affermazione.

**I DUE MISSILI:** La distanza tra i due missili viene ridotta con una velocità di 30.000 km/h. Se manca un minuto prima che si incontrino vuol dire che tra di essi manca la distanza che percorrono in un minuto, ovvero 30.000 km diviso 60 che fa 500 km. Il trucco è che non ha importanza la distanza iniziale tra i due missili.

**QUATTRO PECORE:** almeno una pecora è disposta su una collinetta, su un avvallamento o su un supporto rialzato, infatti le pecore devono formare un tetraedro, solo così possono essere tutte equidistanti tra loro

**I DUE NUMERI:** premessa: è evidente che se una delle due persone vede un numero  $n$  diverso da 1 non può determinare il proprio numero, il quale può essere  $n+1$  oppure  $n-1$ . Detto questo, seguiamo il dialogo fra le due persone. Se A vedesse 1 sulla fronte del collega, potrebbe capire che il proprio numero è 2. Ma non vede 1, perciò dice: "Non posso determinare il mio numero." Se B vedesse 2 potrebbe capire che il proprio numero è 1 oppure 3. Ma sapendo che il collega non ha visto 1 allora capirebbe che il proprio numero è 3. Ma non vede 2, perciò dice; "Non posso determinare il mio numero." Se A vedesse 3 potrebbe capire che il proprio numero è 2 oppure 4. Ma sapendo che il collega non ha visto né 1 né 2 allora capirebbe che il proprio numero è 4. Ma non vede 3, perciò dice: "Non posso determinare il mio numero." Se B vedesse 4 potrebbe capire che il proprio numero è 3 oppure 5. Ma sapendo che il collega non ha visto né 1 né 2 né 3 allora capirebbe che il proprio numero è 5. Ma non vede 4, perciò dice: "Non posso determinare il mio numero." E così via... Se X vedesse  $n$  potrebbe capire che il proprio numero è  $n-1$  oppure  $n+1$ . Ma sapendo che il collega non ha visto né 1 né 2 né 3 ... né  $n-1$  allora capirebbe che il proprio numero è  $n+1$ . Ma non vede  $n$ , perciò dice: "Non posso determinare il mio numero." Pertanto se alla  $n$ -esima battuta uno dei matematici dice: "Posso determinare il mio numero.", allora il numero è  $n+1$ . Nel nostro caso la soluzione è: A ha 10 e B ha 9.