UNIVERSITÀ DI TRENTO
Dipartimento di Matematica

Corso di Laurea in Matematica - progetto di Comunicazione delle Scienze

Matematica e Poesia

Autore
Stefano Fraccaroli

Anno Accademico 2021-22

Introduzione

La società contemporanea ci induce a considerare il campo culturale come diviso in due grandi macroaree di pensiero: scientifica e umanistica. Questa visione dicotomica della conoscenza si nota particolarmente in ambito scolastico, basti pensare alla modalità con cui tutti noi abbiamo dovuto scegliere l'indirizzo della scuola secondaria di secondo grado, oppure all'estrema specializzazione dei percorsi formativi universitari.
In tal modo si accentua l'errata tendenza a relegare la scienza e la matematica nei dipartimenti scientifici e a considerare la letteratura e la poesia come proprietà intellettuale dei soli loro autori.
Questa linea di pensiero si capisce essere assai riduttiva anche dal punto di vista storico. Nessuno potrebbe pensare di poter analizzare o studiare i "giganti" del Rinascimento quali, ad esempio, Leonardo, dividendo la loro vena scientifica da quella umanistica. Egli era, allo stesso modo e contemporaneamente, scienziato, filosofo, architetto, pittore, scultore, disegnatore, trattatista, scenografo, anatomista, botanico, musicista, ingegnere e progettista.
Anche l'enciclopedia Treccani [**trec1**] afferma che *"Letteratura e matematica evocano"* nell'immaginario sociale *"mondi antitetici: due culture, [. . .] l'una contro l'altra armata. In realtà, [...] i rapporti e le affinità tra il regno della narrazione, dell'immaginazione, del fantastico, dell'arbitrario e quello della astrusa, arida e fredda razionalità matematica sono ben più stretti di quanto il luogo comune della contrapposizione lasci intravvedere"*. Accade spesso che ognuno di noi si schieri dall'una o dall'altra parte, dimenticandoci che esse sono linguaggi universali atti a descrivere o la realtà che ci circonda o il mondo immateriale della nostra immaginazione.
Sono potenti strumenti che possono ampliare l'orizzonte della nostra conoscenza, ragione o fantasia: esse condividono, quindi, molti più aspetti di quelli che si potrebbero pensare a prima vista.
Questo lavoro è fruibile a tutti coloro che vorranno spendere del loro tempo per leggerlo, a coloro che non ne sanno nulla e anche agli "addetti ai lavori" nella letteratura e nella scienza, a chi non si è mai posto domande riguardo il loro legame intrinseco e alle persone curiose di sentire qualche semplice riflessione riguardo il tema proposto: matematica e poesia. Risulterebbe eccessivo un approccio pedante che vada ad affrontare pedissequamente questo legame: in queste pagine si troveranno perciò molti esempi e riferimenti ad opere più o meno famose della letteratura e alcune citazioni. Non sarò eccessivamente tecnico nell'analisi e nella spiegazione, limitandomi al minimo indispensabile.
Queste pagine erano state organizzate inizialmente per essere fruite in diverse schede, suddivise rispetto al tema trattato, ma ho successivamente preferito unificarle in un unico testo, per dare maggior continuità e coesione al soggetto.
Lo scopo di questa breve opera non è tuttavia convincervi delle mie idee, né istruirvi riguardo nuovi concetti di scienza o letteratura: il suo fine è far ragionare voi lettori riguardo a quella che definirei una simbiosi. Infatti, l'una non può esistere senza l'altra, perché ci renderemo conto che, alla fine, poesia e matematica sono entrambi linguaggi, assai efficienti per imparare e per creare.

Esempi di matematica in poesia

Di esempi scientifici più o meno evidenti in ambito poetico ne esistono a migliaia: da Dante nella Commedia alle Cosmicomiche di Calvino, da Goethe a "L'infinito" di Leopardi.
Anche la matematica è assai utilizzata in ambito poetico tanto che, Wisława Szymborska, premio Nobel per la letteratura 1996, ha decretato: *"Non ho difficoltà ad immaginare un'antologia dei più bei frammenti della poesia mondiale in cui trovasse posto anche il teorema di Pitagora. Perché no? Lì c'è quella folgorazione che è connaturata alla grande poesia, e una forma sapientemente ridotta ai termini più indispensabili, e una grazia che non a tutti i poeti è stata concessa"*.[**wis**]
Questo utilizzo più o meno consapevole del linguaggio scientifico ha solitamente, in primo luogo, il proposito di innalzare la forma e, in secondo luogo l'obiettivo di utilizzare l'idioma migliore per esprimere alcune nozioni spesso ostiche.
Poche cose, come le idee astratte propriamente matematiche, sono tanto adatte per questo scopo. La matematica diventa perciò strumento che nobilita la letteratura e in particolare la poesia, la quale è l'espediente storicamente migliore per condividere le proprie idee letterarie.
G.H Hardy scrisse: *"il matematico come il pittore e il poeta, è un creatore di forme. Se le forme che crea sono più durature delle loro è perché sono fatte di idee. Il pittore crea forme con i segni e con i colori, il poeta con le parole. [...] Il matematico, invece, non ha altro materiale con cui lavorare se non le idee; quindi, le forme che crea hanno qualche probabilità di durare, [...] perché le idee si usurano meno delle parole"* [**har**]. Sembra chiaro che l'autore di queste elucubrazioni, uno dei migliori matematici della sua generazione, si schieri fedelmente dalla sua stessa parte, dimenticandosi, o meglio, forse volutamente ignorando un fatto fondamentale: la matematica non è in sé il concetto che esprime, bensì il linguaggio con cui viene formulata una data teoria. Essa risulta, quindi, artificio necessario per generare una catarsi letteraria che, tramite il passaggio attraverso concetti "metafisici", eleva, non solo lo stile, ma anche le idee.

$\partial \qquad \partial \qquad \partial$

L'arte del cambiamento di Martina Perin (poesia inedita)

La vita, partire da zero,
lo zero agli inizi di tutto.

I nostri anni, che ci sfuggono veloci,
decine e decine,
lo zero che crea.

I nostri fallimenti,
mille sforzi per zero risultati
e nuovamente trovarsi al punto di partenza,
lo zero che distrugge.

Avere un'intera esistenza da vivere,
senza possedere alcuno scopo con cui colmarla...
impossibile,
come dividere un numero per zero.

Uno zero, non positivo né negativo,
forse in fondo, l'equilibrio di entrambi,
la vita.

Quante le forme di questo segno.
Meraviglioso, mutevole, Zero.

L'autrice di questa poesia, che io ritengo meravigliosa e affascinante, gioca, in un certo senso, con concetti matematici non difficili, quali la cardinalità, l'insieme degli interi $\mathbb{Z}$, e la divisibilità.
Cardinalità: *Nella teoria degli insiemi, c. di un insieme è il numero degli oggetti di un insieme finito (numero cardinale). Si può estendere il concetto di c. anche a insiemi infiniti: due insiemi hanno la stessa c. quando è possibile stabilire tra gli oggetti che li compongono una corrispondenza biunivoca senza eccezione.* [**trec2**]
Z: I numeri interi corrispondono all'insieme ottenuto unendo i numeri naturali $(0, 1, 2, ...)$ e i numeri interi negativi $(1, 2, 3, ...)$, cioè quelli ottenuti ponendo un segno "$-$" davanti ai naturali. Questo insieme in matematica viene indicato con $\mathbb{Z}$, perché è la lettera iniziale di "Zahl" che in tedesco significa numero.
Divisibilità: (fra numeri interi). Siano $a; b \in \mathbb{Z}$. Si dice che b divide a, in simboli $b|a$, se esiste $c \in \mathbb{Z}$ tale che $a = b \cdot c$. Questa definizione risolve il problema per cui 0 possa o meno essere diviso da se stesso, infatti, $0|0$ se esiste $c \in \mathbb{Z}$ tale che $0 = 0 \cdot c$ che è $= 0$ per qualsiasi c scelto.
Lo **zero** era già usato nel I secolo d.C da Tolomeo e Giamblico. Il nome per esteso era οὐδέν (ouden = nulla) da cui è stato preso il segno grafico "0". Si pensa che gli indiani appresero la sua esistenza dai greci, in seguito alle conquiste di Alessandro Magno in Asia.

$\partial \qquad \partial \qquad \partial$

La seguente poesia e il rispettivo commento sono estratte da [**liv**]

Pythagoras planned it. Why did the people stare?
His numbers, though they moved or seemed to move
In marble or in bronze, lacked character.
But boys and girls, pale from the imagined love
Of solitary beds, knew what they were,

That passion could bring character enough,
And pressed at midnight in some public place
Live lips upon a plummet-measured face.

Con queste parole un grande poeta, l'irlandese William Butler Yeats (1865-1939), inizia la poesia The Statues. Yeats, che una volta dichiarò: ≪*L'essenza del genio, di qualunque genere, è la precisione*≫, esamina nella poesia il rapporto tra i numeri e le passioni. La prima stanza della poesia recita:

Pitagora lo predispose. Perché stava lì, la gente, a rimirare?
I suoi numeri, con tutti i loro moti, veri o finti,
Nel marmo o nel bronzo, mancavano di carattere.
Ma giovani e giovinette, resi pallidi da amori immaginari
Di solitari giacigli, sapevano di che si trattava,
Che la passione, di carattere, poteva aggiungerne a sufficienza,
E a mezzanotte, in qualche piazza o via
Labbra vive si posavano su volti misurati dal filo a piombo.

Yeats esprime con eleganza il fatto che mentre le proporzioni (matematicamente precise) delle statue greche, calcolate con cura, possono apparir fredde ad alcuni, i giovani con i loro intensi sentimenti intuiscono in queste forme la più potente espressione delle loro passioni idealizzate.
A prima vista, niente sembra più lontano dalla matematica della poesia. Pensiamo che lo sgorgare dei versi dalla pura fantasia del poeta dovrebbe essere così spontaneo come sembra lo sbocciare di una rosa. Ma [. . .] proprio nella disposizione dei petali di questo fiore sia celato un ordine rigoroso, sorretto dal rapporto aureo. (vedi prossima sezione per rapporto aureo e φ)

$\partial \quad \partial \quad \partial$

INFINITO IN MATEMATICA [trec3]
Infinito: astrazione matematica (espressa dal simbolo ∞) che indica una grandezza illimitatamente grande o che può essere fatta crescere in modo illimitato. L'esempio più elementare è costituito dalla successione dei numeri naturali:$0, 1, 2, ...$ in cui i tre puntini di sospensione indicano che tale sequenza può essere prolungata all'infinito, cioè che, comunque si prenda un numero "grande", se ne può sempre trovare uno maggiore. In questa accezione, l'infinito è pensato come infinito potenziale, cioè come possibilità di ripetere una procedura quante volte si vuole (per esempio per trovare numeri sempre maggiori). È questo il concetto di infinito prevalentemente accettato nell'antichità e fino all'epoca moderna: seguendo Aristotele, non si potevano pensare, e non si dava loro possibilità di realtà effettiva, oggetti o enti matematici con un numero di elementi davvero senza fine. Si negava cioè che potesse esserci una realtà in atto infinita o, come si dice, un infinito attuale, mentre veniva accettata una forma di infinito in divenire. D'altra parte, fin dalla scoperta dei numeri irrazionali, l'introduzione di procedimenti infinitari aveva sollevato

problemi di non facile soluzione che trovarono nei paradossi di Zenone forma esplicita: in apparenza ragionamenti viziosi, i paradossi di Zenone mostrano l'imbarazzo degli antichi di fronte a grandezze infinite (o infinitesime, prodotte per esempio da infinite suddivisioni di un segmento). Di fronte ai paradossi di Zenone, l'atteggiamento prevalente fu quello di bandire l'infinito dalla matematica. Nel calcolo delle aree e dei volumi Eudosso elimina il concetto di infinito con un procedimento di riduzione all'assurdo, mentre Archimede usa l'infinito in maniera euristica, ma dimostra i propri risultati riconducendosi alle procedure di Eudosso. Di questo horror infiniti che caratterizza la matematica classica vi è traccia ancora in Galileo e nella polemica di cui fu protagonista lo stesso Cavalieri sulla legittimità dell'uso degli «indivisibili» nel calcolo delle aree e dei volumi.
Il termine infinito (con il simbolo ∞ che lo rappresenta) entra in numerose locuzioni con significati affini, ma che debbono essere precisati dal contesto. In particolare, si hanno le seguenti accezioni:
• come punto di accumulazione della retta reale (o della sfera complessa), nel calcolo dei limiti, o comunque come punto improprio della retta proiettiva;
• (sostantivo) nel senso analogo a $\rightarrow$ infinitesimo, come funzione che ammette limite infinito;
• (aggettivo) nel senso della numerosità ($\rightarrow$ cardinalità) degli insiemi;
• attuale (sostantivo o aggettivo) nella $\rightarrow$ analisi non standard.

PARADOSSO: In filosofia ed economia il termine paradosso è usato spesso anche come sinonimo di antinomia. In matematica invece si distinguono i due termini: il paradosso consiste in una proposizione eventualmente dimostrata e logicamente coerente, ma lontana dall'intuizione; l'antinomia, invece, consiste in una vera e propria contraddizione logica.
Seguono alcuni esempi di poesie in cui entra a far parte la tematica dell'infinito e del paradosso.

William Blake - Auguries of Innocence (inizio)
To see a world in a grain of sand,
And a heaven in a wild flower,
Hold infinity in the palm of your hand,
And eternity in an hour.
Per vedere un mondo in un grano di sabbia,
o un paradiso in un selvatico fiore,
sappi cogliere l'infinito nel palmo della mano,
l'eternità nel volgere di un'ora.

La tematica dell'infinito in Catullo [**cat**]
CARME 1 (traduzione Luca Canali)
Cui dono lepidum novum libellum
arida modo pumice expolitum?
Corneli, tibi: namque tu solebas
meas esse aliquid putare nugas

iam tum cum ausus es unus Italorum
omne aevum tribus explicare cartis
doctis, Iuppiter, et laboriosis.
Quare habe tibi quicquid hoc libelli
qualecumque; quod, $< o >$ *patrona virgo,*
plus uno maneat perenne saeclo.

A chi dedicherò questo libretto tutto nuovo
e or ora levigato ai bordi con scabra pomice?
A te, Cornelio: infatti solevi attribuire
qualche valore a queste mie bazzecole,
già allora, quando tu solo fra gli Italici
osasti narrare la storia d'ogni tempo,
in tre volumi eruditi e,per Giove, laboriosi!
Accetta perciò il contenuto di questo libretto,
qualunque ne sia il valore. Ed esso, o vergine protettrice,
possa vivere perenne, ben oltre una sola generazione.

Il carme si può dividere in quattro parti principali: la domanda di dedicazione (v. 1-2), la dedica (v.3-4), elogio della persona e dell'opera (v.5-7) e l'apostrofe ritardata alla musa (v.8-10).
Non risulta un unicum, a livello letterario, il richiamo di Catullo (circa 84-54 a.C.) circa il valore eternatore della poesia. Infatti, lo stesso Quinto Orazio Flacco (65 a.C – 8 d.C),sucessivamente, nelle sue Odi (III,30) scriverà: *"Exegi monumentum aere perennius [...] Non omnis moriar "* ossia *"Ho innalzato un monumento più duraturo del bronzo [...] non tutto morirò"*.
Lo stesso vale anche per la matematica. Hardy, nella sua Apologia, parlando dell'immortalità (il ricordo tendenzialmente infinito che i posteri avranno di noi), afferma che *"un matematico ha più probabilità di chiunque altro di raggiungere quello che questa parola designa"*. Infatti, *"le lingue muoiono ma le idee matematiche no"* e *"la fama matematica, se si hanno i mezzi per procurarsela, è uno degli investimenti più solidi e sicuri"*. [**har**]
Mi sembra doveroso far notare che Catullo utilizza la tematica dell'infinitamente grande sempre legata a tematiche altrettanto importanti, nel C.1 riguardo la figura immortale del poeta, nel C.5 legata alla tematica dell'amore eterno e nel C.109 rispetto al patto amoroso, il *"foedus"* legato da *"sanctam fidem"*, la fiducia sacra. Infine, risulta degno di nota anche il tema della morte nel C.101, il quale termina con una formula di commiato propria delle epigrafi sepolcrali: *"atque in perpetuum, frater, ave atque vale"* cioè *"e per sempre, fratello, addio addio.*

$\partial \quad \partial \quad \partial$

L'illusione dell'eternità (tempo infinito) dell'amore è un tema talmente sfruttato da risultare ormai banale, ciò che ritengo non esserlo, è la seguente poesia di Erich Fried (1921-1988), una dichiarazione d'amore che utilizza la metafora del nastro di Mebius. Questo oggetto topologico, detto anche nastro magico, è quella una superficie composta da una sola faccia e un solo bordo che viene definita rigata (percorsa da infinite rette) e non orientabile (non si può definire un senso positivo). Si può creare facilmente attaccando le estremità opposte di una strisciolina di carta o scotch, dopo aver fatto fare mezzo giro (180°) ad una delle due. Percorrendolo con una matita a partire da un punto qualunque, si ritornerà all'inizio e se tagliato a metà lungo la linea tracciata, controintuitivamente, si otterrà un solo nastro più lungo. Appare curioso il fatto che se alla striscia di partenza si danno tre mezze torsioni (540°), dopo averlo tagliato a metà, avremo in mano il cosiddetto "nodo impossibile" o "trifoglio". Di entrambi questi soggetti esistono delle bellissime e famose litografie di Escher. Il nastro di Möebius è più diffuso di quanto potrebbe sembrare infatti è il simbolo internazionale di riciclaggio dei rifiuti. In questa poesia, esso rappresenta il disorientamento del sé lirico che non sa cosa provare. L'amore ritorna sempre, è imprescindibile, e quello non corrisposto torce come se ti mancasse un orientamento, diventa un sentimento viscerale e inesprimibile.

Topologik [**fri**]

Ich liebe dich
doch liebe dich wohin
Etwas in mir
verdreht sich gerade
weil es gerade
so wie es ist ist
(gerade
weil es so ist)

Ich bin außer mir
wenn ich in mich gehe
und außer dir
vielleicht auch
Was
gehört da
wohin ?
Und wohin geht das ?

Ich habe
mir
ein Möbiusherz
gefaßt
das sich
in ausweglose
Streifen
schneidet

Topologia

Ti amo
ma dove mai ti amo?
Qualcosa in me
si torce
perch´e ‘e proprio
cos‘ı com’‘e
(proprio
perch´e ‘e cos‘ı)

Sono fuori di me
quando mi calo in me
e fuori di te
forse anche
E allora
dov’‘e
il dove?
E dove va?

Mi sono
fatto cuore
con un cuore di Möbius
che
si sfrangia
in tante
strisce
senza vie d'uscita.

ASSURDO

Ciò che è contrario alla ragione, all'evidenza, al buon senso; che è in sé stesso una contraddizione: anche di cose o fatti reali, ma quasi incredibili per la loro stranezza o eccezionalità. Per estensione, riferito a persona, irragionevole, dal comportamento stravagante o fuori della norma. Ciò che non può essere pensato perché privo di ogni fondamento nella ragione, e quindi intrinsecamente contraddittorio.

Dimostrazione per a. Tipo di argomentazione per cui, presupposta vera la tesi opposta a quella che si vuol dimostrare, si fa vedere come ne derivino conseguenze intrinsecamente assurde, o comunque inaccettabili. Tale tipo di dimostrazione presuppone, per la sua validità, che tra il demonstrandum e la sua negazione, posta a base dell'argomentazione, viga una rigorosa antitesi di contraddittorietà, escludente ogni terzo termine. [**trec4**]

Un chiaro esempio di assurdo in poesia è rappresentato dal carme 85 di Catullo [**cat**], in cui il poeta si interroga sull'antinomia dei propri sentimenti.

Odi et amo. Quare id faciam, fortasse requiris?
Nescio,sed fieri sentio et excrucior.

"Odio e amo. Mi chiederai come faccio. Non so, ma lo sento accadere, e mi tormento".

Questa incapacità di formulare una spiegazione ragionevole del fenomeno decade in quell'*"excrucior"*, simbolo della scissione emotiva polarizzata dell'io poetico.

Vorrei mostrare, infine, un famoso esempio di assurdo antitetico che troviamo nel Libro Primo di "Tale of Two Cities" di Charles Dickens dove vengono rappresentate contemporaneamente più situazioni reciprocamente ossimoriche e contradditorie.

"THE PERIOD
It was the best of times, it was the worst of times, it was the age of wisdom, it was the age of foolishness, it was the epoch of belief, it was the epoch of incredulity, it was the season of Light, it was the season of Darkness, it was the spring of hope, it was the winter of despair, we had everything before us, we had nothing before us, we were all going direct to Heaven, we were all going direct the other way—in short, the period was so far like the present period, that some of its noisiest authorities insisted on its being received, for good or for evil, in the superlative degree of comparison only."

"IL PERIODO
Era il tempo migliore e il tempo peggiore, la stagione della saggezza e la stagione della follia, l'epoca della fede e l'epoca dell'incredulità, il periodo della Luce e il periodo delle Tenebre, la primavera della speranza e l'inverno della disperazione. Avevamo tutto dinanzi a noi, non avevamo nulla dinanzi a noi; eravamo tutti diretti al cielo, eravamo tutti diretti a quell'altra parte, a farla

breve, gli anni erano così simili ai nostri, che alcuni i quali li conoscevano profondamente sostenevano che, in bene o in male, se ne potesse parlare soltanto al superlativo."

Per finire, vorrei lasciare come "esercizio al lettore" di leggere la seguente poesia del genetista e giornalista Giovanni Sabato e di informarsi, se interessato, al significato della formula contenuta al suo interno. Essa è una sommatoria infinita che si legge: "somma di uno fratto due alla n, per n che va da 0 a infinito" la quale converge, ossia, la somma di questi infiniti termini $(1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots)$ ha come risultato 2.

Come ogni volta
Dell'Eleatico rifeci - e rifarò -
l'errore.
Mi avvicinai, freccia,
a te, bersaglio,
per non toccarti mai.
Ma $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ *converge, come me,*
rapidamente a due.
Ti amo.

(Giovanni Sabato, Sconfitte, 1978)

Esempi di poesia in matematica

La storia della matematica trabocca di poesie, opere d'arte, libri, filastrocche e barzellette create da matematici per le più svariate, divertenti o solenni motivazioni. Per esempio, Steven Cushing, nel 1988 pubblicò su "Mathematics Magazine" una simpatica filastrocca in rima per descrivere la reazione comune riguardo l'esistenza dei numeri irrazionali scoperti dai Pitagorici.[**liv**]

Pytagoras
Did stagger us
And our reason encumber
With irrational number

Pitagora ci scosse
L'equilibrio mentale
Gravandoci il cervello
Del numero irrazionale

Un altro tipo di poesia matematica può essere quella di carattere "formativo", come The Art of Vulgar Arithmetic, both in Integers and Fractions di Thomas Hylles, pubblicata nel 1600, che forniva un algoritmo per sommare e sottrarre i razionali (le frazioni) tra loro.

Addition of fraction and likewise subtraction
Requireth that all have like basis
Which by reduction is brought to perfection
And being once done as ought in like cases
Then add or subtract their tops and no more
Subscribing the base made common before

Per sommare e sottrarre le frazioni
Devi prima dar loro ugual base
A ciò provvedi mediante riduzione
Poi trovato il numero cercato
Solo sulla linea somma e sottrai
Scrivendo in basso la base resa comune

O anche l'opera di Paul Bruckman che, nel 1977, sul periodico "The Fibonacci Quarterly" pubblicò Constantly Mean, di cui è riportata la prima strofa. Essa parla del numero irrazionale illimitato $\varphi(1.6180339887\dots)$ e di alcune sue proprietà, tra cui il fatto che $1/\varphi = \varphi - 1$ e che $\varphi^2 = \varphi + 1$.
φ si trova come radice positiva del equazione di secondo grado $x^2 - x + 1 = 0$, inoltre, quella negativa coincide esattamente con $-1/\varphi$.

The golden mean is quite absurd;
It's not your ordinary surd.

If you invert it (this is fun!)
You'll get itself reduced by one;
But if increased by unity,
This yields its square, take it from me.

La media aurea non è affatto banale;
Tutt'altra cosa che un comune irrazionale.
Capovolta pensate un po',
Resta se stessa meno l'unità.
Se poi di uno la aumentate
Quel che otterrete, vi assicuro, è il quadrato.

$\partial \quad \partial \quad \partial$

Nel 1990, il professor Jasper Memory dell'Università statale del North Carolina pubblicò un testo intitolato "Blake and Fractals" nella rivista "Mathematics Magazine", ispirandosi a William Blake (cfr. sezione scorsa) per parlare dei frattali, che noi riconosciamo nei broccoli o in alcuni fiori.
Un frattale è un oggetto geometrico dotato di omotetia interna: si ripete nella sua forma allo stesso modo su scale diverse, e dunque ingrandendo una qualunque sua parte si ottiene una figura simile all'originale. Si dice quindi geometria frattale, la geometria (non euclidea) che studia queste strutture ricorrenti in natura.
Il termine frattale venne coniato nel 1975 da Benoît Mandelbrot nel libro Les Objets Fractals: Forme, Hasard et Dimension per descrivere alcuni comportamenti matematici che sembravano avere un comportamento "caotico", e deriva dal latino fractus (rotto, spezzato).

William Blake said he could see
Vistas of infinity
In the smallest speck of sand
Held in the hollow of his hand.
Models for this claim we've got
In the work of Mandelbrot:
Fractal diagrams partake
Of the essence sensed by Blake.
Basic forms will still prevail
Independent of the Scale;
Viewed from far or viewed from near
Special signatures are clear.
When you magnify a spot,
What you had before, you've got.
Smaller, smaller, smaller, yet,
Still the same details are set;

Finer than the finest hair
Blake's infinity is there,
Rich in structure all the way
Just as the mystic poets say.

William Blake disse che paesaggi
Scorgeva infiniti
Di sabbia nel più piccolo grano
Contenuto nel cavo della mano
Ciascuno di noi trova esempi di ciò
Nell'opera di Mandelbrot:
I diagrammi frattali partecipano
Dell'essenza da Blake presentita.
Sempre la forma essenziale
Prevale prescindendo dalla scala:
E le particolari segnature
Da vicino e da lontano sono chiare.
Ingrandito il punto che avevi,
Quello stesso punto ritrovi.
se ancora e ancora ingrandisci
Gli stessi dettagli riconosci;
Più fine del più fine capello
Ecco di Blake l'infinito,
Ricco di particolari a ogni livello
Come il mistico poeta aveva capito.

$\partial \qquad \partial \qquad \partial$

Come per ogni argomento, anche in matematica esistono poesie e filastrocche "mnemoniche" che sono state create appositamente per ricordare determinate nozioni. Ad esempio, per non dimenticare le 7 categorie tassonomiche fondamentali, si può memorizzare "Rossi Pagliacci Cercano Ombre Fra Gente Spaurita", le cui iniziali di ogni parola sono, in ordine, quelle di Regno, Philum, Classe, Ordine, Famiglia, Genere, Specie.
Esistono, quindi, ritornelli e filastocche per ricordarsi costanti numeriche o formule importanti per la matematica. Riporto qui di seguito le più conosciute.

Ai modesti o vanitosi
Ai violenti o timorosi
Do cantando gaio ritmo
Logaritmo.
[**ghe**]

È utile, associando ad ogni parola in ordine il numero di lettere che la compongono, per ricordare le prime 12 cifre decimali ($2,718281828459$) della costante

numerica di Nepero e, la base della funzione esponenziale e^x e del logaritmo naturale $ln(x)$. Viene definita come limite della successione $(1 + 1/n)^n$ al tendere di n all'infinito. È un numero trascendente che tramite la formula di Eulero è legato alle funzioni trigonometriche ($sinx$, $cosx$,...).
La formula di Eulero, afferma che per ogni numero reale x, si ha: $e^{ix} = cosx + isinx$. da qui nasce quella che viene considerata la formula più affascinante della matematica, detta **identità di Eulero**, che mette in relazione tra loro cinque simboli che sono alla base dell'analisi matematica: e, l'unità immaginaria i, π , 1 e 0, unificandoli nell'unica formula:

$$\mathbf{e^{i\pi} + 1 = 0}$$

Esistono formule che sono esse stesse poesie!!

$\partial \qquad \partial \qquad \partial$

Altre filastrocche famose sono:

Il volume della sfera qual è?
Quattro terzi, pi greco, erre tre

Per ricordare la formula per il calcolo del volume della sfera $S = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3$, dove S è il volume, e R il raggio.

Le cifre che compongono π a loro volta possono essere ricordate allo stesso modo di e (sopra) con:
"How i want a drink, alcoholic of course, after the heavy chapters involving quantum mechanics"
$(3, 14159265358979)$

In epoca fascista vennero sostituite, rispettivamente, con le più patriottiche:
In Italia c'è il duce e c'è il re,
Quattro terzi, pi greco, erre tre

E con: *"Ave o Roma, o madre gagliarda di latine virtù, che tanto luminoso splendore prodiga spargesti con la tua saggezza"*

$(3, 141592653589793238)$: le prime 18 cifre decimali di π.

$\partial \qquad \partial \qquad \partial$

Molto importante per una famosa disputa matematica sul merito di una scoperta, fu la poesia che Tartaglia compose (nel 1534) in terzine dantesche di endecasillabi a rima incatenata, in cui nascose i simboli necessari per ricostruire la formula che lui aveva scoperto riguardo la risoluzione delle equazioni di

terzo grado. Lo stesso matematico spiegò il motivo di tale poesia : *"Voglio che sappiati che per potermi aricordare in ogni mia improvisa occorrentia tal modo operativo, io l'ho redutto in uno capitolo in rima, perché se io non havessi usato questa cautella, spesso me saria uscito di mente. Et quantunque tal mio dire in rima non sia molto terso, non mi ho curato, perché mi basta che mi serva a ridurme in memoria tal regola ogni volta che io il dica".*
La disputa si accese non appena Cardano, l'uomo a cui Tartaglia, dopo tante suppliche, aveva estorto la poesia-formula, assieme al suo allievo Ludovico Ferrari, pubblicarono la scoperta a loro nome.
Tale poesia recita così: [**tart**]

Quando che'l cubo con le cose appresso [$x^3 + px$]
Se agguaglia à qualche numero discreto [$= q$]
Trouan dui altri differenti in esso. [$u - v = q$]

Dapoi terrai questo per consueto
Che'llor produtto sempre sia eguale [$uv = 1$]
Al terzo cubo delle cose neto, [$(p/3)^3$]

El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottratti [$\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$]
Varrà la tua cosa principale. [$= x$]

In el secondo de cotesti atti
Quando che'l cubo restasse lui solo
Tu osseruarai quest'altri contratti,

Del numer farai due tal part'à uolo
Che l'una in l'altra si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo

Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi insieme gionti
Et cotal somma sarà il tuo concetto.

El terzo poi de questi nostri conti
Se solue col secondo se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.

Questi trouai, et non con passi tardi
Nel mille cinquecentè, quatro e trenta
Con fondamenti ben sald'è gagliardi

Nella città dal mar'intorno centa.

Anche in questo capitolo lascio un "esercizio per il lettore", ossia leggere e, facoltativamente, capire la poesia che Rafael Bombelli (1526-72) pubblicò in "L'Algebra, divisa in tre libri, con la quale ciascuno da sé potrà venire in perfetta cognitione della teoria dell'Aritmetica". Il testo seguente è citato pari pari da [**syl**]. Nel primo libro dell'opera, l'Autore introdusse i termini più di meno (pdm) e meno di meno (mdm) per rappresentare +i e -i e diede alcune regole fondamentali. Consideriamole nelle parole originali di Bombelli (p. 169):

"Più via più di meno, fa più di meno. Più via meno di meno, fa meno di meno. Più di meno via più di meno, fa meno. Meno di meno via più di meno, fa più. Meno via più di meno, fa meno di meno. Meno via meno di meno, fa più di meno. Più di meno via men di meno, fa più. Meno di meno via men di meno, fa meno"

Traduciamo: "Più" con +1; "Meno" con -1; "Più di meno" con +i; "Meno di meno" con -i; "Via" con x (moltiplicazione); "Fa" con "=".
Possiamo scrivere:
(+1) x (+i) = +i
(+1) x (-i) = -i
(+i) x (+i) = −1
(-i) x (+i) = +1
(-1) x (+i) = -i
(-1) x (-i) = +i
(+i) x (-i) = +1
(-i) x (-i) = -1

Inoltre, in Algebra troviamo (L'Algebra, p. 70):
"Più via più fa più.
Più via meno fa meno.
Meno via meno fa più.
Meno via più fa meno"
Possiamo esprimere ciò nel modo seguente:

(+1) x (+1) = +1
(+1) x (-1) = -1
(-1) x (+1) = -1
(-1) x (-1) = +1

Possiamo dunque scrivere la seguente tabella di Cayley:

x	+1	-1	+i	-i
+1	+1	-1	+i	-i
-1	-1	+1	-i	+i
+i	+i	-i	-1	+1
-i	-i	+i	+1	-1

Essa può essere modernamente considerata con riferimento al gruppo moltiplicativo (+1; -1; +i; -i; x) delle radici quarte dell'unità, un gruppo abeliano finito.

Naturalmente nell'Algebra di Bombelli non troviamo una moderna introduzione dell'insieme dei numeri complessi: Bombelli si limitò ad indicare alcuni oggetti matematici utili per la risoluzione di equazioni cubiche; essi non furono accettati immediatamente dopo i lavori di Cardano e di Bombelli.

Potremo ora porci la domanda riguardo il perché sembri necessaria la poesia in un mondo (quello matematico) che potremmo pensare che possa farne a meno. Denis guedj in "Il teorema del pappagallo" [**gue**] ci spiega che *"le verità scientifiche hanno bisogno di belle storie perché gli uomini possano affezionarvisi. Il mito"* e la poesia ,"in questo caso", non hanno lo scopo di *"entrare in concorrenza col vero, bensì di stabilire il contatto con quello che preme agli uomini e li fa sognare"*. Per questo serve la poesia: perché è uno strumento che permette a molte più persone di potersi infine domandare: *"In che modo questa verità ci riguarda?"*.

$\partial \quad \partial \quad \partial$

Matematica è poesia & poesia è matematica

Riguardo la tipologia del legame che accomuna questi due grandi forme espressive, vorrei far parlare voci più autorevoli della mia. Mi ha molto colpito la risposta di Maria Letizia Bertotti, matematica dell'Università di Bolzano, in un'intervista [**ber**] sulle caratteristiche che accomunano matematica e poesia: "Penso in primis all'**universalità**. Perché leggiamo poesia? Perché ci ritroviamo nei sentimenti e nelle esperienze, universali, di gioia o sofferenza, di cui parlano i poeti. Allo stesso modo, un teorema è universale, vero per tutti. Secondariamente, l' **astrazione**. I modelli matematici descrivono i caratteri essenziali di fenomeni della realtà, così come fa la poesia che compatta momenti ed emozioni in poche righe. Infine, un'altra qualità in comune è la **bellezza** che domina la poesia ma che è presente anche nelle leggi matematiche".

Universalità, astrazione e bellezza sono tre aggettivi che si possono riferire a una semantica intesa in senso filosofico, un linguaggio espressivo ben definito e rigoroso, abbastanza ampio da essere in grado di delineare e descrivere grandi idee e intuizioni, fantasie, sogni e concetti generali. Infatti, la poesia come la matematica, non è ciò che si dice, ma un modo per dirlo, un modo per raggiungere quell' *"arcana armonïosa melodia pittrice"* cantata da Foscolo nel carme "Le Grazie".

Disse I.Calvino [**cal**] che *"in qualche situazione è la letteratura che può indirettamente servire da molla propulsiva per lo scienziato: come esempio di coraggio nell'immaginazione, nel portare alle estreme conseguenze un'ipotesi. E così in altre situazioni può avvenire il contrario. In questo momento, il modello del linguaggio matematico, della logica formale, può salvare lo scrittore dal logoramento in cui sono scadute parole e immagini per il loro falso uso. Con questo lo scrittore non deve però credere d'aver trovato qualcosa d'assoluto; anche qui può servirgli l'esempio della scienza: nella paziente modestia di considerare ogni risultato come facente parte di una serie forse infinita d'approssimazioni".*

Troppo spesso noi attuiamo l'arrogante presunzione di separare matematica e poesia, nella nostra eterna necessità di specializzazione della conoscenza, come se fossero appartenenti a due mondi diametralmente opposti, dimenticandoci che, come pensava E.A.Poe, la prima è la fine della seconda.

Non dobbiamo, infine, dimenticarci l'origine etimologica di poesia e matematica, il ποιητής è infatti "colui che crea", il μαθεματικός, "colui che è incline ad apprendere".

Esse risultano essere, quindi, due semantiche intercambiabili, adatte all'utilizzo in contesti non sempre differenti, essendo intrinsecamente complementari nella facoltà di descrizione della realtà e del pensiero: sono un λόγος adatto per imparare e per creare.

bibliografia

@online trec1 , author = " Treccani, Enciclopedia della matematica ", title = " letteratura e matematica ", url = " https://www.treccani.it/enciclopedia/letteratura-e-matematica

$@onlinetrec2, author = "Treccani, Enciclopediadellamatematica", title = "cardinalità", url = "$

$@onlinetrec3, author = "Treccani", title = "infinito", url = "https : //www.treccani.it/vocabol$

@online trec4, author = "Treccani ", title = " assurdo ", url = "https://www.treccani.it/vocabo

@online tart, title = "Matematica e letteratura: Tartaglia e l'equazione di terzo grado ", url = "https://www.cblive.it/rubriche/alessandro-la-farciola/92615-matematica-e-letteratura-tartaglia-e-lequazione-di-terzo-grado.html"

@online syl, author = "Giorgio T. Bagni" title = "L'Algebra di Bombelli (1572-1579)", url = "http://www.syllogismos.it/libristorici/bombelli.htm"

@online ber, author = "Università di Bolzano" title = "Poesia e matematica", url = "https://www.unibz.it/it/news/121158-poesia-e-matematica"

@bookhar , title = Apologia di un matematico , author =G.H.Hardy , isbn = 9788811685272 , year =2018, publisher =Garzanti elefanti

@bookcal, title = Una pietra sopra, author =Italo Calvino, isbn =9788852062285 , year =2002, publisher =Oscar Mondadori

@bookghe , title = Matematica dilettevole e curiosa , author =Italo Ghersi, year =1913, Milano, publisher =Hoepli

@bookfri , title = Es ist was es ist Liebesgedichte Angstgedichte Zorngedichte , author =Erich Fried, year =1996, publisher =Wagenbach

@bookliv title =La sezione aurea , author = Mario Livio , isbn = 9788817016353 , year = 2003 , publisher = BUR

@bookcat , title = Le poesie , author = Gaio Valerio Catullo con traduzione di Guido Paduano , isbn = 9788806231033 , year = 2016 , publisher = Einaudi

@bookgue , title = Il teorema del pappagallo , author = Denis Guedj , isbn = 9788850252398 , year = 2000 , publisher = Tea

@bookwis , title = Letture facoltative , author =Wisława Szymborska , year =2006, publisher =Adelphi, Milano page = p.109