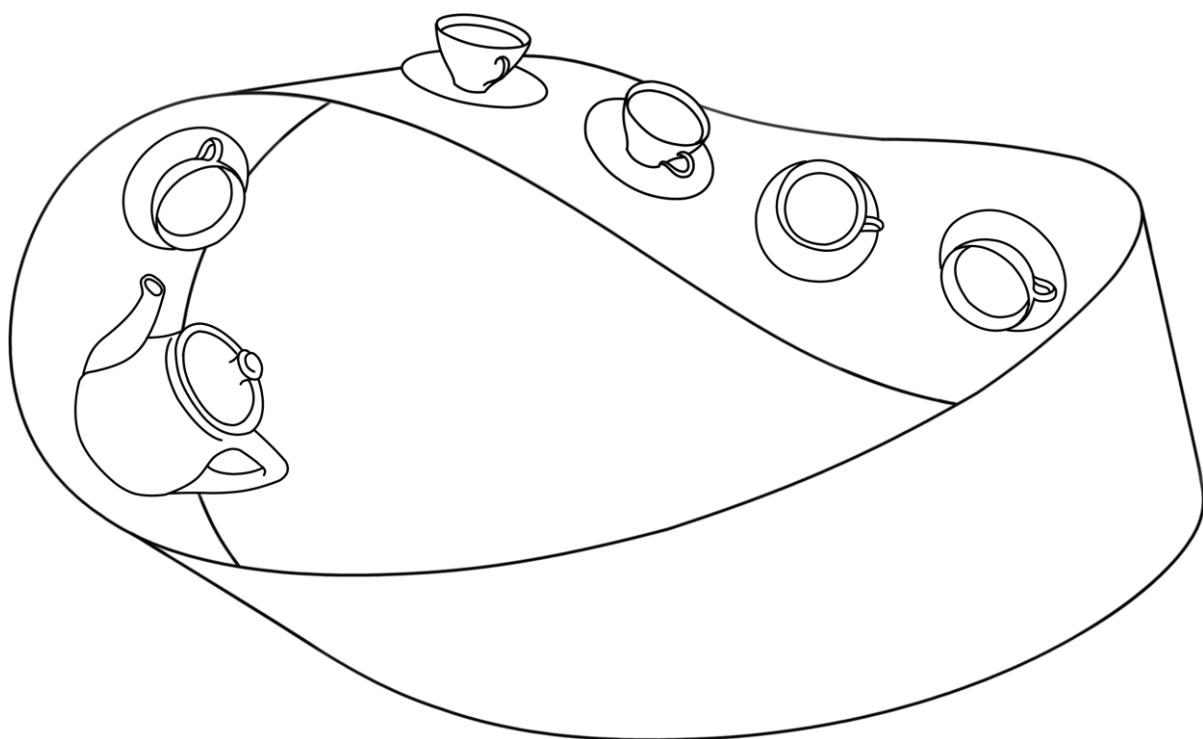
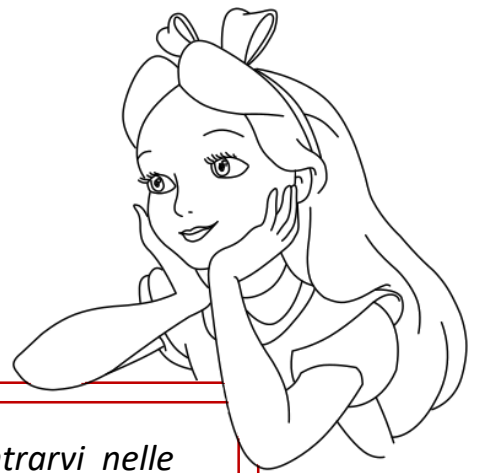


# Matematica Meravigliosa

## Nel mondo di Alice



Muratori **A**ngelica e **T**arantino **E**leonora



*Benvenuti lettori, state per addentrarvi nelle straordinarie avventure di Alice nel Paese delle Meraviglie, a braccetto con la Matematica.*

*Incontrerete creature fantastiche, vivrete esperienze sorprendenti e scoprirete come la Matematica si manifesti nei luoghi e momenti più inaspettati.*

*Per voi abbiamo solo un consiglio: aguzzate la vista e tenete viva l'attenzione.*

*Non vi resta che cominciare...*

# INDICE

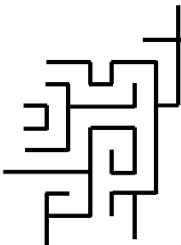
α.	L'autore: Lewis Carroll . . . . .	pag 1
β.	La protagonista: Alice Liddell . . . . .	Pag 5
<hr/>		
I.	Nella tana del Coniglio . . . . .	pag 7
	Su e giù attraverso la Terra . . . . .	9
II.	Un lago di lacrime . . . . .	pag 13
	Una questione di conti . . . . .	17
III.	La Corsa Confusa e la storia con la coda . . . . .	pag 23
	Gatti, topi, curve e nodi . . . . .	25
IV.	Il Coniglio e la Lucertola . . . . .	pag 29
V.	I consigli del Bruco . . . . .	pag 32
	I funghi tondi hanno i lati? . . . . .	34
VI.	Pepe e Porcellino . . . . .	pag 41
	Un porcellino proiettivo. . . . .	45

VII. Un tè da matti . . . . .	pag 50
Una logica da matti . . . . .	52
Obiettivo di vita: la tazza del tè pulita! . . . . .	61
VIII. Il campo da croquet della Regina . . . . .	pag 66
Pittori in difficoltà . . . . .	69
Carte, zanzariere & co. . . . .	74
IX. La storia della Finta Tartaruga . . . . .	pag 77
Qual è la probabilità di evitare la regina di cuori? . . . . .	79
X. La Quadriglia delle Aragoste . . . . .	pag 83
XI. Chi ha rubato le paste? . . . . .	pag 85
Pi Day . . . . .	86
XII. La testimonianza di Alice . . . . .	pag 90
42: la risposta a tutto! . . . . .	91
Le altezze di Alice . . . . .	94

# I. Nella tana del Coniglio

---





*Accanto alla piccola Alice, stanca di stare in giardino con la sorella che leggeva un noioso libro senza figure né dialoghi, passò un coniglio bianco dagli occhi rosa.*

*L'insolito coniglio era vestito elegantemente con giacca e panciotto e correva dicendo tra sé «Povero me! Povero me! Sto facendo tardi!»; intanto guardava affrettato e preoccupato il suo orologio da taschino.*

*Alice, avendo visto il coniglio entrare in una tana, decise incuriosita di seguirlo, ritrovandosi in una buia galleria...*

*«La tana per un tratto andava in piano come una galleria, poi piegava improvvisamente in giù, così improvvisamente che Alice non ebbe neppure il tempo di pensare a come fermarsi prima di ritrovarsi a cadere giù in quello che sembrava un pozzo molto profondo.*

*(...) Giù, giù, giù. Finirà mai questa discesa? «Chissà di quante miglia sarò scesa a questo punto!» disse ad alta voce.*

*«Qui sto andando da qualche parte verso il centro della Terra. Vediamo un po': dovrebbe essere a quattromila miglia di profondità...». (...)*

***«Chissà se a forza di precipitare attraverserò tutta la terra? Sarebbe divertente spuntar fuori tra gente che cammina a testa in giù!»***

# Su e giù attraverso la Terra

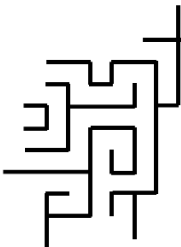
**Quanto durerebbe il viaggio attraverso il pianeta Terra, passando per il suo centro?**

Secondo gli scienziati è **42** minuti.

Con una piccola approssimazione, in effetti, perché una linea di pensiero porta esattamente a 42 minuti e 12 secondi, mentre altri ritengono che il tempo di percorrenza sia di 38 minuti e 11 secondi.

Ma non fidiamoci, e verifichiamolo in prima persona!





## *Massa in caduta libera lungo un ipotetico tunnel che attraversa la Terra*

**Problema:** calcolare il tempo impiegato ad attraversare l'intero pianeta Terra, supponendo di poter costruire un tunnel che vada dal Polo Nord al Polo Sud e in esso lasciare una massa in caduta libera.

**Svolgimento:** Ipotizziamo innanzitutto che non ci sia **attrito** con l'aria (**attrito viscoso**).

La massa  $m$  cadrebbe di moto accelerato fino al centro della Terra, dove la gravità si annulla, passerebbe al di là del centro e con la velocità acquistata risalirebbe fino alla superficie con moto decelerato.

Si fermerebbe dunque alla superficie, poi ricomincerebbe la caduta nel buco fino al centro della Terra e via dall'altra parte ricomincerebbe la risalita.

Dunque il corpo si muoverebbe su e giù di moto armonico (periodico) come un **pendolo** che oscilla avanti e indietro.

Dopo le considerazioni qualitative passiamo ora ad analizzare la situazione da un punto di vista fisico.

La massa  $m$  parte ad una distanza  $R$  dal centro della Terra, dove  $R$  è il raggio terrestre.

La **forza** con cui viene attirato al centro è la **forza gravitazionale** di Newton:

$$F = G \times \frac{m \times M}{d^2}$$

in cui  $d$  è la distanza progressiva dal centro della Terra ( $d \leq R$ ),  $M$  è la massa terrestre presente nella sfera di raggio  $d$ , variabile, poiché mano a mano che ci si avvicina al centro essa diminuisce. Introducendo il concetto di densità  $\rho$ , sappiamo che la densità rappresenta il rapporto tra massa e volume:





$$\rho = \frac{M}{V}$$

mentre il volume  $V$  di una sfera è pari a:

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

Dunque possiamo esprimere la **massa della Terra**  $M$  in funzione della distanza  $d$  che ci separa dal centro della Terra come:

$$M = \rho \times V = \rho \times \frac{4}{3} \times \pi \times d^3$$

Sostituiamo pertanto nell'espressione di  $F$ :

$$F = G \times \frac{m \times M}{d^2} = G \times \frac{m \times \frac{4}{3} \times \pi \times d^3 \times \rho}{d^2} = \frac{4}{3} \times \pi \times G \times m \times \rho \times d$$

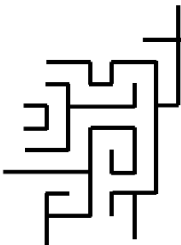
Quindi quando il corpo passa per il centro della Terra, cioè quando  $d = 0$ , la forza di attrazione  $F$  si annulla. Sapendo che la velocità angolare in questo caso è:

$$\omega = \sqrt{\frac{4 \times \pi \times G \times \rho}{3}},$$

il periodo del moto risulta pari a:

$$T = \frac{2 \times \pi}{\omega} = \frac{2 \times \pi}{\sqrt{\frac{4 \times \pi \times G \times \rho}{3}}} = \sqrt{\frac{3 \times \pi}{G \times \rho}}$$





Ora, sapendo che la densità della Terra vale:

$$\rho = 5,51 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

e che la costante  $G$  vale:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2,$$

otteniamo:

$$T = \sqrt{\frac{3 \times \pi}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,51 \times 10^3}} = 5,06 \times 10^3 \text{ s},$$

Che tradotto in minuti vuol dire circa 84 minuti.

Ora il problema richiedeva di calcolare il tempo per attraversare il pianeta, di calcolare mezzo periodo (in quanto un periodo completo corrisponde ad un'oscillazione completa andata e ritorno).

**Per cui il tempo necessario per andare dal Polo Nord al Polo Sud sarà:  $t = T/2 = 2,53 \times 10^3 \text{ s}$ , ovvero circa 42 minuti.**

Si tratta dunque proprio di 42 minuti!

Cari lettori, tenete d'occhio questo risultato apparentemente innocuo, perché ci tornerà utile in seguito...

