Quanta matematica nella letteratura classica!

C'era un tempo in cui la Matematica, la "regina" di tutte le scienze, godeva di un ruolo di primo piano nel panorama culturale e riscontrava, al contrario di quanto avviene oggi, un vivo interesse tra le persone istruite e non solo: stiamo parlando del mondo classico, un mondo in cui personaggi come Talete o Pitagora erano al centro dell'attenzione, in cui i loro risultati e i loro pareri erano tenuti in viva considerazione. Il ruolo della Matematica e dei suoi eccentrici rappresentanti non si riduceva tuttavia a semplice supporto all'amministrazione, per esempio quella egizia per il ripristino della suddivisione dei campi inondati dal fiume Nilo. La Matematica fu di tale importanza da finire immischiata nei miti e nei testi lirici di alcuni tra i più noti letterati del tempo, che non disdegnarono di citarla nelle proprie opere, quelle opere che per noi oggi sono la maggiore rappresentazione di quel mondo. Una lettura di tali opere, effettuata però sotto una luce diversa da quella storica, ci apre gli occhi su aspetti diversi e sorprendenti.

Una regina bella ma non stupida

Partiamo niente meno che da uno dei più noti esempi della lirica latina, l'Eneide di Virgilio: la leggendaria storia del prode guerriero Enea che, scappato dalla città di Troia ormai in mano alle truppe greche, girovaga per il mediterraneo in cerca di una terra, per approdare infine in Lazio e dare vita alla futura stirpe romana. Partiamo da qui perché è proprio tra le righe dell'Eneide che troviamo una vicenda parallela e analoga a quella di Enea e, per i matematici, sicuramente più interessante.

"Devenere locos, ubi nunc ingentia cernis
moenia surgentemque novae Karthaginis arcem,
mercatique solum, facti de nomine Byrsam,
taurino quantum possent circumdare tergo."

"Raggiunsero i luoghi, dove ora vedrai le enormi mura e la nascente fortezza della nuova Cartagine, e comprati il suolo, Birsa dal nome del fatto, quanto potessero circondare con una pelle di toro."

— Virgilio, "Eneide", libro I, vv 365-369

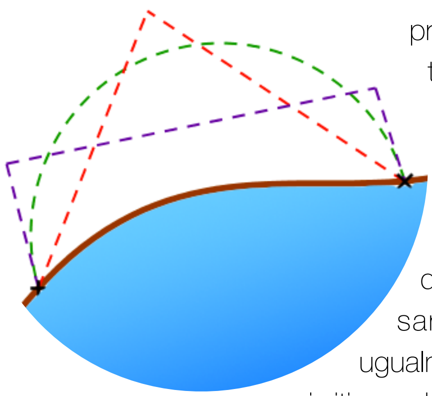
Nel libro I Enea, nel suo peregrinare, incontra la **regina Didone**, la quale narra la sua vicenda: anche la sua è una storia di fuga, questa volta da una città dell'antica Fenicia di nome Tiro, dove il fratello Pigmalione ha la simpatica pensata di ammazzare segretamente suo marito per sottrarle il trono. Come spesso accade, il segreto non dura molto e, onde evitare ulteriori problemi, Didone parte con una schiera di fedelissimi alla ricerca di una nuova terra.

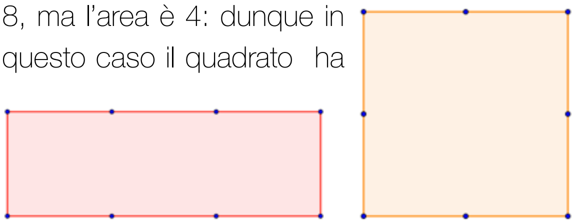
Giunge così sulle coste dell'odierna Tunisia dove, trovate condizioni ambientali e strategiche favorevoli, decide di insediarsi. Rimane tuttavia il problema principale:

convincere l'attuale proprietario del terreno, niente meno che il re Giarba, a concedere a Didone e alla sua schiera di seguaci un pezzo di terra sufficientemente ampio dove fondare la loro città.

La trattativa si svolge in un clima cordiale e di reciproco rispetto, tanto che in un primo momento il re spera di farsi pagare in natura dalla bella regina (il galantuomo!). Visto però che Didone non cedeva alle avances, Giarba, ormai sfinito, si mostra accondiscendente e, per beffa, concede ai profughi "solum taurino quantum possent circumdare tergo", ossia "tanta terra quanta se ne può circondare con una **pelle di toro**". Al che Didone, presa una pelle di toro, la tagliuzza e la sfilaccia in modo da ricavarne una lunga corda, così da poter circondare e contenere un vasto territorio.

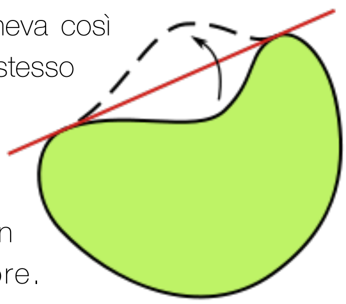
A questo punto sorge però un nuovo **problema**: come stendere la corda, in modo da possedere il maggior terreno possibile? Un profilo regolare, un triangolo, un quadrato, un cerchio, la figura del re Giarba o quella di un dromedario sarebbero andate ugualmente bene? Se si ritiene che "la forma della figura è ininfluente, poiché l'area racchiusa rimane comunque uguale", occorre presto ricredersi. Se si considera ad esempio un rettangolo di base 3 e altezza 1, questo ha perimetro 8 e area 3; tuttavia, se si prende il quadrato di lato 2, anche questo ha perimetro 8, ma l'area è 4: dunque in questo caso il quadrato ha un'area maggiore, quindi risulta coprire una superficie più vantaggiosa del rettangolo!





Come si può notare, entra quindi in gioco l'intuito matematico, che sicuramente Didone, bella ma non sciocca, doveva possedere. Si tratta infatti di risolvere quello che in termini matematici viene chiamato il **problema isoperimetrico**: data una curva di una certa lunghezza fissata, trovare (se esiste) la figura che abbia quel perimetro come curva e contestualmente area massima.

Questo è un problema che per diverso tempo ha assillato i matematici. Seppure la soluzione fosse intuitivamente nota già nel mondo greco, si dovettero aspettare un paio di millenni per avere una effettiva dimostrazione della questione! Solo nell'Ottocento infatti lo svizzero Jakob Steiner arrivò alla soluzione. Come fece? Egli pensò che sicuramente la figura doveva essere convessa e non concava. Nel caso di una figura concava, infatti, si poteva facilmente prendere ciascuna rientranza della forma e "ribaltarla": si otteneva così una figura con lo stesso perimetro originario, convessa ma soprattutto con un'area maggiore. Continuando con alcuni ragionamenti simili, delle simmetrie e qualche disuguaglianza tanto care ai matematici, Steiner arrivò a mostrare che se una soluzione al problema esisteva, questa non poteva essere che il cerchio.



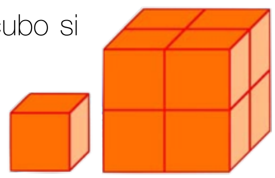
Come ci mostrano anche gli scavi archeologici, fu proprio questa figura (o meglio, volendo includere la costa, un semicerchio) quella che Didone scelse come terreno e all'interno di questa fondò la sua città, proprio quella Cartagine che un giorno sarebbe stata tanto nemica dei discendenti di Enea.

Un altare troppo piccolo…

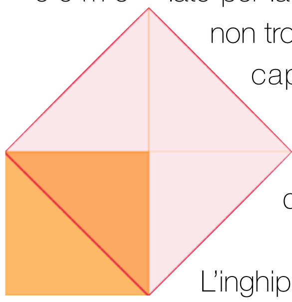
"Il dio ha punito il popolo
per aver trascurato la scienza della geometrica,
che è scienza per eccellenza"

Ci spostiamo ora di qualche secolo più avanti, fino al periodo in cui visse Platone, e andiamo nell'isola di Delo, in Grecia. In questa ridente località a mezza via tra Atene e le coste turche, oggi meta di turismo, narrano gli storici greci imperversasse una terribile epidemia. Preoccupati dall'aumentare del numero dei morti, gli abitanti si rivolsero all'oracolo del dio Apollo, chiedendo come porre fine alla pestilenza. Qui ricevettero una risposta apparentemente semplice: "Raddoppiate l'ara di Apollo, se volete placare le **ire divine**".[1]

L'altare dedicato al dio Apollo era di forma cubica e la soluzione adottata dalle autorità cittadine fu quella di far costruire un altare, sempre di forma cubica, ma con il lato di lunghezza doppia rispetto al precedente. La stessa soluzione che, ci narra Eratostene, fu adottata da un poeta tragico greco precedente, il quale in uno spettacolo fa dire al re Minosse, di fronte al sepolcro del re Glauco: "Piccolo sepolcro per un re: lo si faccia doppio conservandone la somma: si raddoppino, pertanto, tutti i lati". Gli abitanti di Delo non si accorsero, così come il re Minosse, che la soluzione da loro proposta era semplicistica e non in linea con le richieste: raddoppiando i lati del cubo si viene infatti a creare un nuovo cubo che è non 2 ma 8 volte l'originale.



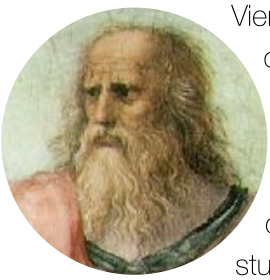
Visto che la soluzione data non era corretta, l'ira di Apollo ovviamente non si placò, anzi probabilmente crebbe, e con essa non si placò nemmeno la pestilenza. Resisi finalmente conto dell'errore, gli abitanti di Delo inviarono degli ambasciatori agli studiosi di geometria presso l'Accademia di Platone, ad Atene. Questi si misero al lavoro ma, nonostante gli sforzi, neppure loro giunsero ad alcuna conclusione. Facile sarebbe stato duplicare il quadrato, bastava tracciare la diagonale del quadrato originario ed usarla come lato per la nuova figura. Per il cubo, non trovarono modo di venirne a capo né gli accademici ateniesi di allora, né gli studiosi successivi. Ma dove stava il problema?



L'inghippo era nelle "regole" che imponeva la geometria greca, regole che andavano applicate anche nel caso del problema della **duplicazione del cubo**: qualsiasi costruzione o dimostrazione geometrica doveva essere fatta usando come strumenti solo una riga non graduata e un compasso. Dato quindi un segmento di una certa lunghezza l, si trattava di costruire partendo da questo un altro segmento di lunghezza $l\sqrt[3]{2}$. Ma questo, dopo secoli di tentativi infruttuosi, fu dimostrato essere addirittura impossibile! Lo svilupparsi della matematica e dell'algebra in particolare ha infatti permesso nel 1837 al francese Pierre-Laurent Wantzel di mostrare che la quantità $l\sqrt[3]{2}$ non sta nell'insieme raggiungibile con riga e compasso partendo dalla quantità l.

[1] Vi sono a dire il vero diverse versioni di questo mito, che ambientano l'epidemia a Delo, ad Atene o genericamente in Grecia e che fanno riferimento a un oracolo o al noto oracolo di Delfi, ma in tutte le versioni sempre e solo una cosa era richiesta ai greci: raddoppiare l'altare.

Il nostro viaggio lirico: in verde, la vicenda di Enea e di Didone; in rosso il problema di Delo mentre in viola l'episodio di Siracusa.



Viene allora forse da pensare che avesse ragione Platone, il quale a suo tempo aveva ammonito gli ambasciatori e tutta la cittadinanza, colpevoli di aver trascurato lo studio della geometria e quindi di aver causato l'ira del dio Apollo.

Un invasore da fermare

Anche gli antichi romani però ebbero le proprie grane da risolvere, come durante il tentativo di impossessarsi della ricca Siracusa, nel 212 a.C. Il Senato romano aveva infatti deciso di muovere guerra alla **città di Siracusa**, alleata con la nemica Cartagine, e vi aveva mandato il proprio esercito, comandato dal console Marcello. Questo, forte delle proprie truppe sia di terra che di mare, strinse la città in **assedio** ma, come narra lo storico romano Tito Livio, "l'impresa iniziata con così tanto impeto avrebbe avuto successo, se soltanto a Siracusa non ci fosse

"Is erat unicus spectator caeli siderumque,
mirabilior tamen inventor
ac machinator bellicorum tormentorum operumque,
quibus, quidquid hostes ingenti mole agerent,
ipse perlevi momento ludificaretur."

"Era quegli un impareggiabile osservatore del cielo e delle stelle, un ancora più straordinario, nondimeno, scopritore e costruttore di congegni e di macchine da guerra, con cui era in grado di prendersi gioco con il minimo sforzo di qualsiasi azione fosse con enorme impiego di forze dai nemici condotta."

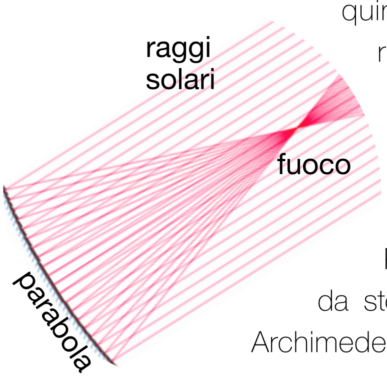
— Tito Livio, "Ab urbe condita", libro 24

stato, in quel tempo, un uomo, di nome Archimede".

Il perché di tanto problema è presto detto.

Archimede era ovunque conosciuto come uno dei più importanti scienziati dell'epoca: suoi sono alcuni importanti risultati della geometria, in particolare sul cerchio e sul valore del pi greco (π), suoi gli studi sulle leve, sua la celebre frase "datemi un punto d'appoggio e solleverò la Terra". Come pure sue sono molte osservazioni sull'astronomia, sull'idrostatica e così pure sua è la formulazione dell'omonimo principio sui corpi immersi in un fluido: un personaggio si potrebbe dire a tutto tondo, impegnato in matematica, fisica e in tutte le scienze naturali, con un'incredibile sete di sapere.

Ma ciò che soprattutto lo rendeva così temibile ai Romani erano le sue macchine belliche, così come riportato dalla tradizione: catapulte abilmente perfezionate, mani di ferro che agguantavano le navi nemiche e, soprattutto, i celebri **specchi ustori**. Questi erano, secondo le fonti che tramandano la notizia, un vero capolavoro di ingegno. Si trattava di specchi con una particolare forma, quella della parabola, parabola che insieme alla circonferenza, all'ellisse e all'iperbole costituisce le famose "coniche", già peraltro oggetto di studio nel mondo greco. D'altra parte, con uno specchio piatto come quelli presenti nelle nostre case, i Siracusani avrebbero al più potuto abbagliare il nemico! Della curva parabolica, Archimede sfruttò un punto in particolare, il cosiddetto **fuoco**: il punto in cui si condensano tutti i raggi solari e quindi il punto dove si raggiungono le temperature più alte. In questo modo, secondo quanto raccontato da Plutarco e soprattutto da storici romani successivi, Archimede sarebbe riuscito ad incendiare le navi romane che assediavano la città, rendendo così assai più difficile l'opera dell'esercito nemico.



Occorre a questo punto osservare come la vicenda degli specchi ustori si tratti, molto probabilmente, più di una leggenda che di un avvenimento realmente accaduto. Nei secoli a venire infatti numerosi studiosi hanno analizzato la vicenda, provando a ripetere l'esperimento, ma vanamente e ciò soprattutto a causa delle temperature non così elevate che si riuscivano a raggiungere nel "fuoco".
Ad ogni modo, le difficoltà dell'assedio di Siracusa, che durò ben 18 mesi e si risolse solo a seguito del tradimento da parte di alcuni siracusani, lasciarono certamente nella memoria di Roma un forte segno, se tanta importanza è data dagli stessi latini a figure come quella di Archimede il matematico. Archimede che in quell'assedio fece, purtroppo, una brutta fine: secondo quanto riportato dalla leggenda e citato anche da Cicerone, morì per mano di un soldato nemico nel mentre era, come sempre, intento a disegnare figure nella polvere, provando a risolvere una dimostrazione matematica.

> *"I Quem enim ardorem studii censetis fuisse in Archimede,*
> *qui dum in pulvere quaedam describit attentius,*
> *ne patriam quidem captam esse senserit?"*
>
> "Infatti quale ardente desiderio di sapere pensate fosse in Archimede che, mentre disegnava assorto nella sabbia certe cose, non si rese neppure conto che la propria città era stata presa?"
>
> — Cicerone, "De finibus", libro 50

Esiste dunque una lettura alternativa, o quantomeno complementare, di molte delle grande opere che sono state nel tempo tramandate. Una lettura che può essere fatta dei grandi testi letterari del mondo classico, ma non solo: qui ne abbiamo selezionati tre, sapreste trovarne altri? Se non sapete da dove iniziare, la Commedia scritta da un celebre fiorentino potrebbe essere un buon punto di partenza.