

## SECONDA TAPPA

Avrai di certo sentito dire frasi come « $1+1=2!$  La matematica non è un'opinione!». E se ti dicessi che non per forza  $1+1=2$ ? Che la somma di due 1, può dare come risultato 10? Sembra assurdo, ma è così! Tutto dipende da quale “linguaggio” scegliamo. La matematica infatti non ha un solo modo di essere espressa, come le diverse lingue diffuse nel mondo: da uno stesso alfabeto, mettendo in ordine le lettere, si formano parole che in una lingua possono avere un significato diverso da quello che hanno in un'altra. Ad esempio la parola “estate” che in italiano indica una stagione, in inglese indica una proprietà immobiliare. Questi “linguaggi” della matematica sono detti sistemi di numerazione.

Come avevo già accennato nella tappa precedente, mi sono sviluppata in modo quasi indipendente in diverse parti del mondo, come la lingua. Perciò è naturale che si siano sviluppati diversi sistemi di numerazione. Non hai ancora chiaro di cosa sto parlando? Te lo spiego subito! Un sistema di numerazione è per l'appunto un modo di rappresentare i numeri attraverso un insieme di simboli. Per capirci, il sistema di numerazione decimale posizionale, cioè quello che usiamo più frequentemente, utilizza le cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 per rappresentare tutti i numeri (naturali) semplicemente disponendoli nel giusto ordine. Esistono però altri simboli e altri modi per rappresentare i numeri.

Tutto ha inizio con la necessità di contare le cose. È noto che la capacità di distinguere tra uno e molti è innata nell'uomo. Un neonato tra i 6 e i 12 mesi è già in grado di accorgersi se da un insieme di oggetti ne toglie uno e tra i 12 e i 18 mesi sa distinguere tra 1, 2 e molti oggetti. Alcune tribù ancora oggi si fermano a questo tipo di distinzione, non riuscendo a concepire la forma astratta dei numeri. Ad esempio se vedono 4 oggetti non pensano al 4, come numero astratto, ma lo vedranno come una coppia di 2 oggetti, ossia 2 e 2 oggetti. Questo tipo di atteggiamento primitivo non è da considerarsi come “sistema di numerazione”, in quanto non utilizza un “vero sistema”, qualcosa che può essere riapplicato in situazioni diverse; si limita a ricavare un'informazione concreta da un'osservazione visiva. Un atteggiamento di questo tipo era diffuso in tutto il mondo e se ne trovano residui nella lingua parlata ancora oggi: in francese molto si dice “très” dal latino “trēs” che significa tre. La mancanza dell'astrazione nel modo di percepire numericamente gli oggetti si può rileggere nel definire diversamente il numero 2 a seconda dell'oggetto a cui è affiancato: 2 scarpe sono un paio, 2 persone sono una coppia, 2 cavalli sono una pariglia, e così via...

Nonostante la necessità di contare gli oggetti quindi, la nascita dei sistemi di numerazione non è stata immediata. Ma c'era un metodo alternativo per poter verificare le quantità? Sì, per comparazione: ad esempio un pastore che doveva controllare di non aver perso pecore durante la giornata, faceva corrispondere un sasso a ogni animale che fosse passato attraverso la soglia di un recinto. I sassi ricavati venivano poi messi al sicuro e al ritorno per ogni pecora che attraversava la soglia un sasso veniva rimosso. Comparando la quantità dei sassi con quella delle pecore poteva quindi constatare se il gregge fosse ancora completo.

La svolta che portò progressivamente alla nascita dei sistemi di numerazione fu l'utilizzo del corpo umano. Partendo da una delle due mani si eseguiva una vera e propria conta: le 5 dita, poi si saliva verso la testa, si scendeva verso l'altra mano e poi si concludeva il cerchio passando per i piedi e risalendo. Se una singola persona non bastava per la conta, si chiedeva l'intervento di un altro individuo e si procedeva nella stessa maniera. Questo tipo di computazione che si dimostrò fondamentale per due motivi:

- il primo è il passaggio da una conta per comparazione ad una per successione: si passa cioè dalla necessità di associare un oggetto ad un altro alla capacità di utilizzare una sola serie (le parti del corpo per l'appunto) ben definita;
- la seconda è la determinazione più astratta dei numeri: se per andare al gomito si fanno sempre sette passaggi (5 dita + polso + gomito), d'ora in poi il gomito sarà un riferimento certo, senza dover ripetere la conta daccapo.

Dall'utilizzo del corpo, si passerà poi all'uso della sola mano. Questa è stata privilegiata come strumento di conta per diversi motivi, tra cui la differenza di ciascun dito dall'altro che permette all'occhio di orientarsi meglio e la possibilità di usare il pollice come contatore data la sua capacità di distaccarsi dalle altre dita.

Per poter proseguire devo introdurre il concetto di *base di un sistema di numerazione*: in parole semplici per base si intende il numero di simboli da utilizzare per poter ottenere tutti i numeri (naturali). La correlazione tra base e sistema numerico non è univoca, ossia ad ogni base possono corrispondere più sistemi numerici, ad esempio per l'uso di simboli diversi o per il modi di disporli. La prima base ad essere utilizzata fu la base 2: si tratta di un sistema poco astratto derivante probabilmente dalla simmetria del corpo umano (2 braccia, 2 gambe, 2 orecchie, e così via.).

Il passaggio alla mano come strumento di conta porterà all'introduzione della base 5: ogni dito rappresenta un simbolo della base, l'altra mano viene usata come contatore. In questo modo si riesce a contare fino a 30: infatti ad ogni "giro" una mano conta 5 unità, l'altra mano permette di tenere il conto dei "giri" fino a 5, a cui si somma un ulteriore "giro" che non può essere conteggiato.

$$5 \times 5 \text{ (numero di giri)} + 5 \text{ (ultimo giro)} = 30$$

Le basi 10 e 20 possono essere viste come estensione della base 5 utilizzando 2 mani o mani e piedi.

Altre basi degne di nota sono la base 12 e la base 60. La base 12 deriva probabilmente dall'uso delle 4 dita della mano con 3 falangi ( $4 \times 3 = 12$ ), utilizzando il pollice come cursore. Il 12, a differenza del 10, ha più divisori (  $12 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 12$  contro  $10 \rightarrow 1, 2, 5, 10$ ): questa caratteristica risulta molto utile nell'uso della moneta, quando ad esempio bisogna dividere una certa somma di denaro tra più persone. L'utilizzo di questa base ha dei residui nella numerazione inglese dove il suffisso -teen parte dal 13.

L'origine e la diffusione della base 60 è invece più misteriosa. A tal proposito ci sono diverse ipotesi tra cui alcune legate all'astronomia e agli angoli utilizzati per orientarsi in questo campo, e alcune che la vedono come sintesi di altre basi (base 10 e base 6 o base 5 e base 12).

La base 10 divenne la base canonica, almeno per quanto riguarda l'Europa continentale, a seguito della Rivoluzione francese. Infatti la Convenzione di Parigi disciplinò i sistemi di numerazione e misurazione sul continente.

Tornando all'affermazione iniziale, perché  $1+1=10$ ? Qual è il sistema di numerazione usato in questo caso? Si tratta del sistema binario, un sistema in base due che ha come simboli solo l'1 e lo 0. Il sistema binario è molto usato in informatica in quanto i circuiti digitali assumono solo due valori differenti (acceso o spento) dati dalla tensione elettrica. In questo sistema valgono le seguenti proprietà per la somma e la moltiplicazione:

+	0	1	x	0	1
0	0	1	0	0	0
1	1	10	1	0	1

dove con 10 si intende 0 con riporto di 1.

Un numero dato rispetto ad un certo sistema di numerazione posizionale, può essere convertito a quello decimale.

Chiamata **b** la base, e chiamate **cifre** i **b** simboli diversi, un **numero** di **n cifre** si compone nel seguente modo:

$$b^0 \times 1^{\text{cifra}} + b^1 \times 2^{\text{cifra}} + b^2 \times 3^{\text{cifra}} + \dots + b^{(n-1)} \times n^{\text{cifra}}$$

dove la 1<sup>a</sup>cifra è quella più a destra e la n<sup>a</sup>cifra è quella più a sinistra.

Ad esempio il numero 10101 in base 2 sarà:

$$10101_2 = 2^0 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^2 \times 1 + 2^3 \times 0 + 2^4 \times 1 = 1 + 0 + 4 + 0 + 16 = 21_{10}$$

Adesso tocca a te! Con l'aiuto di questa spiegazione e delle tabelle di somma e moltiplicazione, dovrai trasformare un numero dal sistema binario a quello decimale. Il risultato ottenuto ti indicherà il prossimo punto da raggiungere.

#### FONTI SECONDA TAPPA

[Sistema di numerazione - Wikipedia](#)

[numerazione nell'Enciclopedia Treccani](#)

[numerazione su Enciclopedia | Sapere.it](#)

[Base \(aritmetica\) - Wikipedia](#)