Il mestiere del matematico

Marco Andreatta

Facoltá di Scienze MMFFNN

Universitá di Trento

le radici...

Platone,
Atene 427-347 a.C.

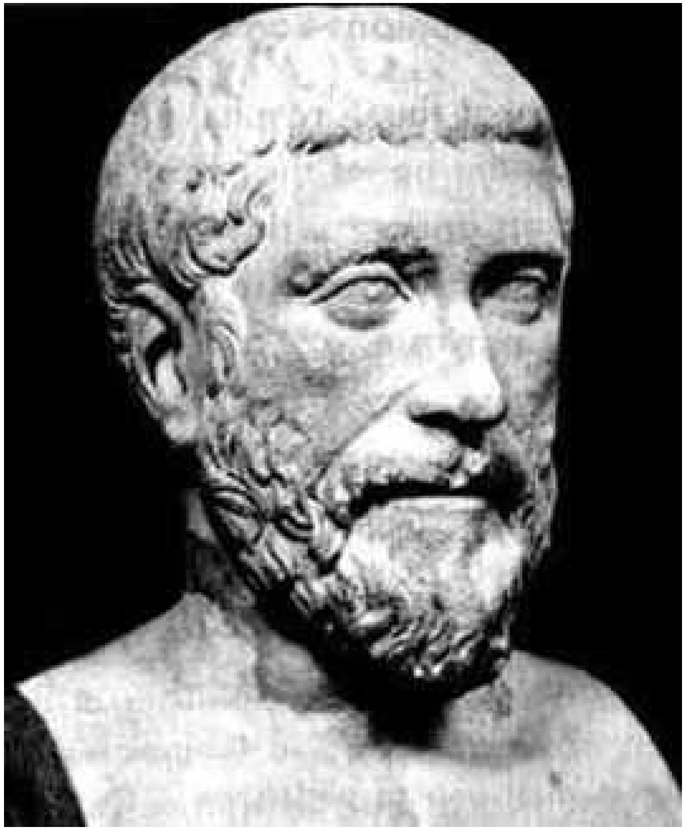
le radici...

Platone,
Atene 427-347 a.C.

...le opinioni vere ... s'incatenino con un ragionamento fondato sulla causalitá, in questo consiste l' anamnesi, quella reminescenza su cui sopra abbiamo convenuto.

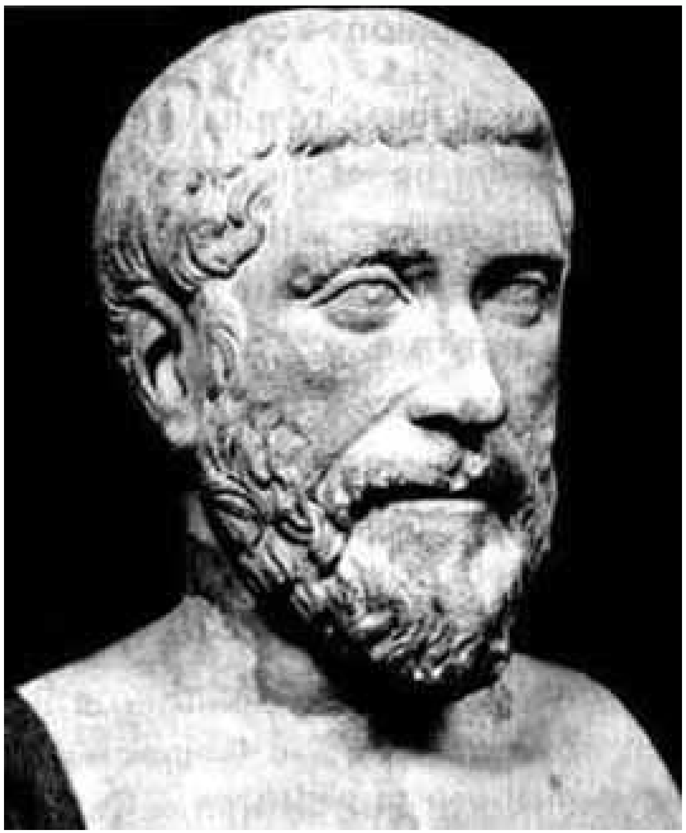
Se collegate, esse dapprima divengono scienza e, quindi, cognizioni stabili.
Ecco perché la scienza vale piú della retta opinione: la differenza tra scienza e retta opinione sta, appunto, nel collegamento.

Il teorema di Pitagora



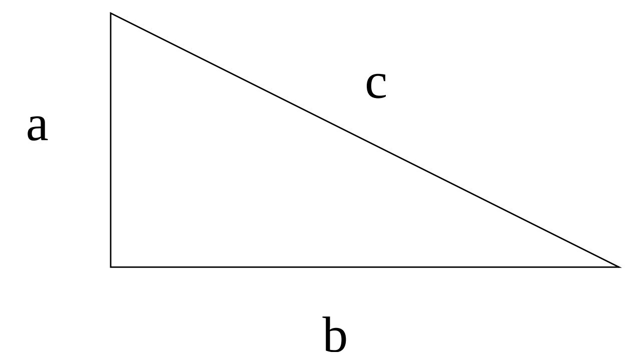
Pitagora,
Mileto-Crotone 580-500 a.C.

Il teorema di Pitagora

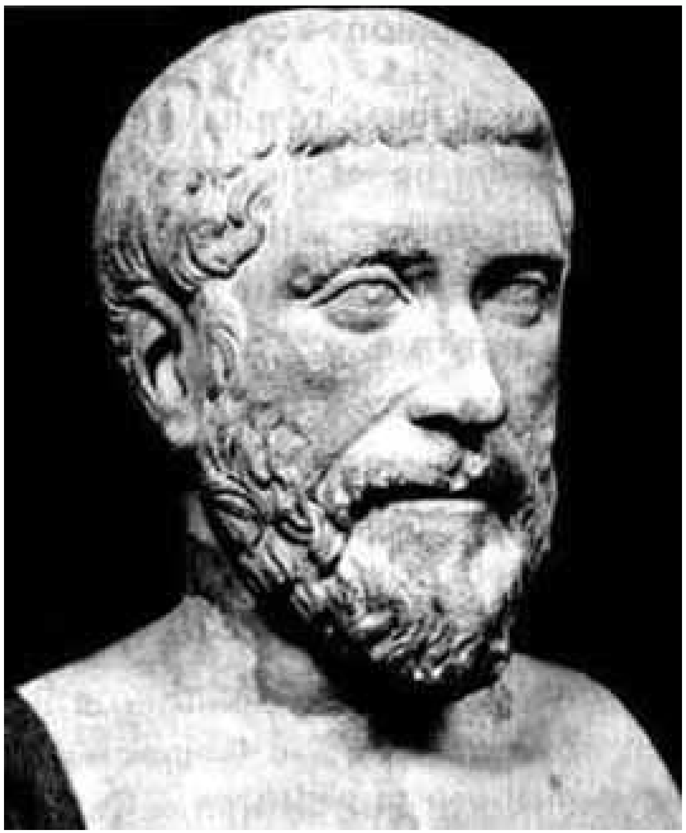


Pitagora,
Mileto-Crotone 580-500 a.C.

Teorema.
Dato un triangolo rettangolo

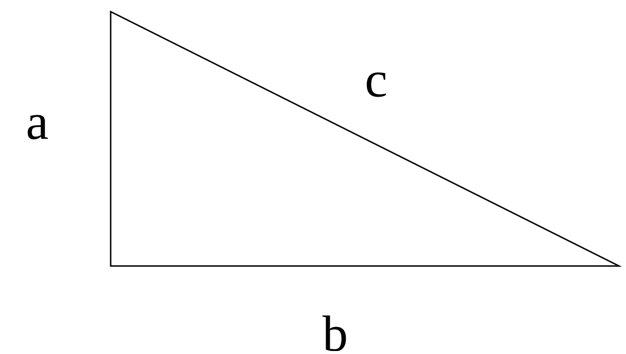


Il teorema di Pitagora



Pitagora,
Mileto-Crotone 580-500 a.C.

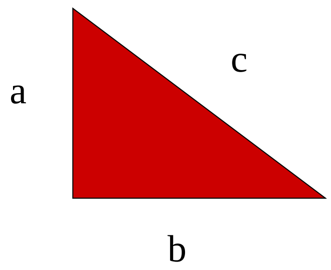
Teorema.
Dato un triangolo rettangolo



vale l'identitá $a^2 + b^2 = c^2$

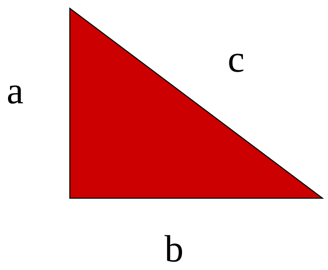
Prova

Prova.

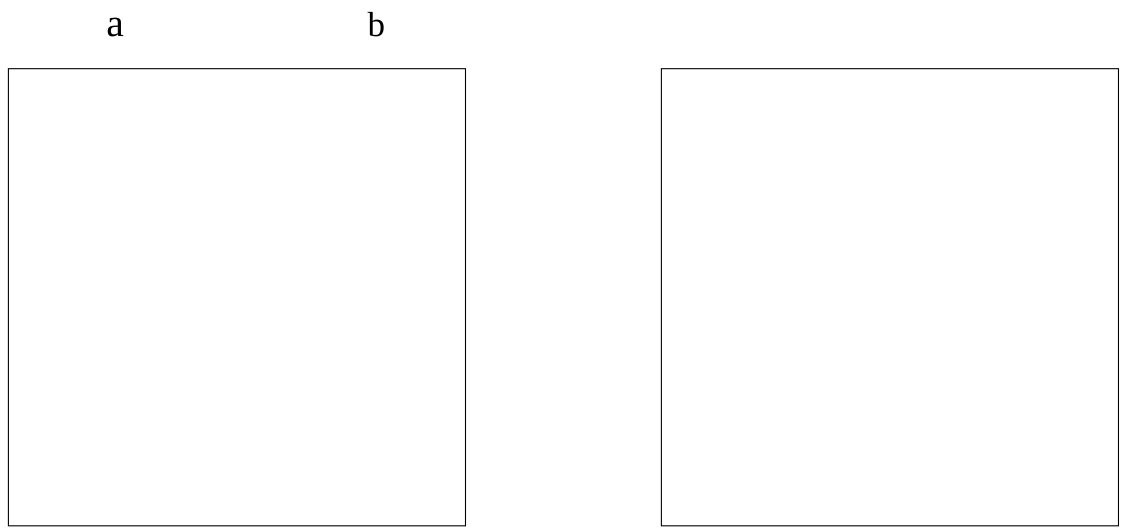


Prova

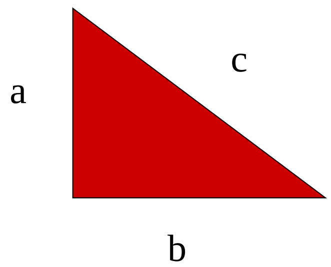
Prova.



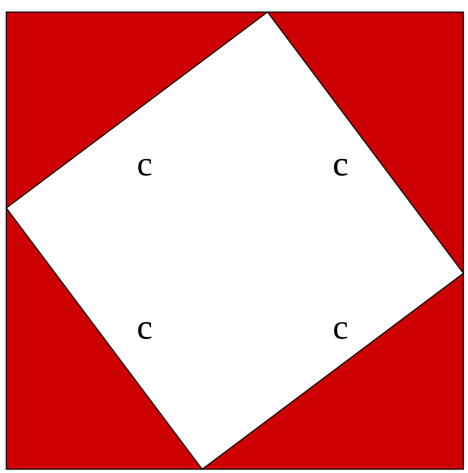
Prendiamo due quadrati di lato $a + b$:

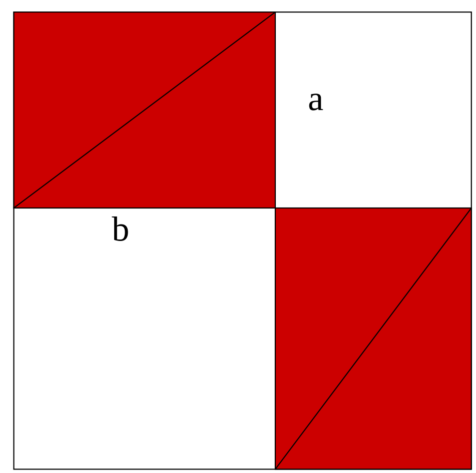


Prova.



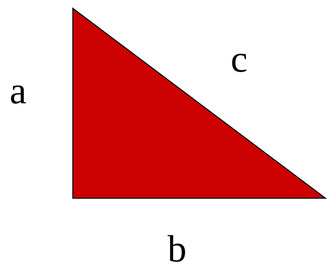
Togliamo ad ognuno 4 volte il triangolo dato



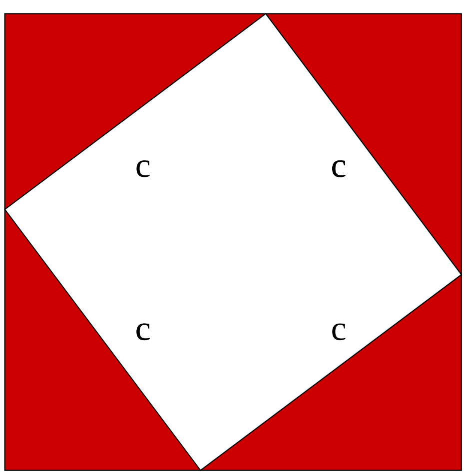


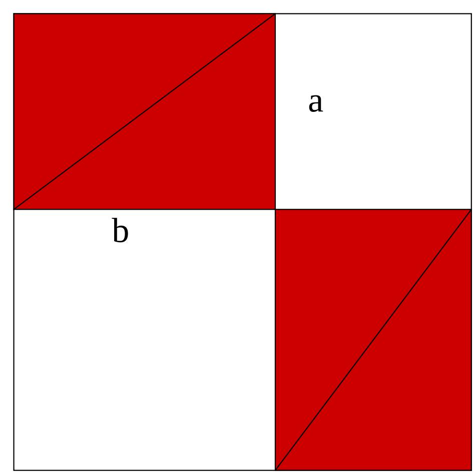
Prova

Prova.

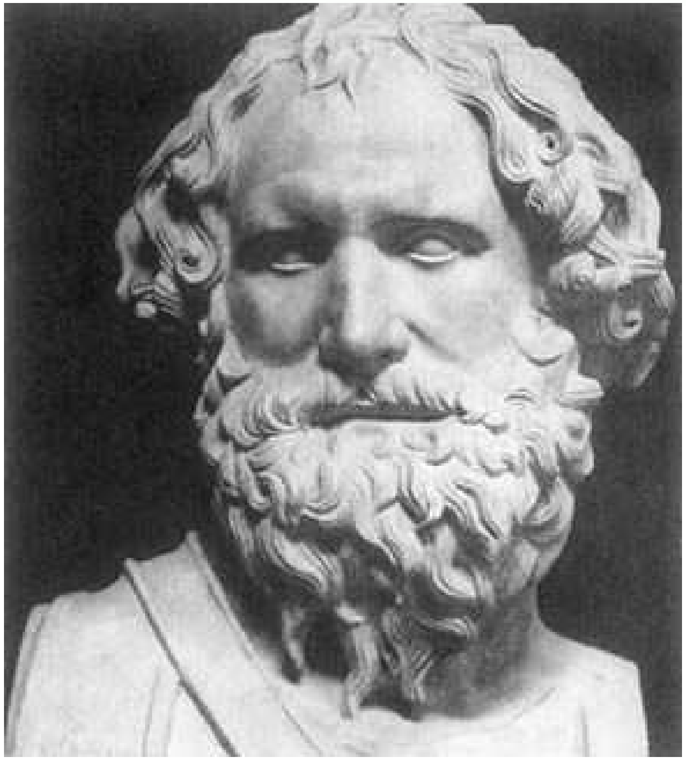


le aree delle parti in bianco sono uguali e dunque $c^2 = a^2 + b^2$



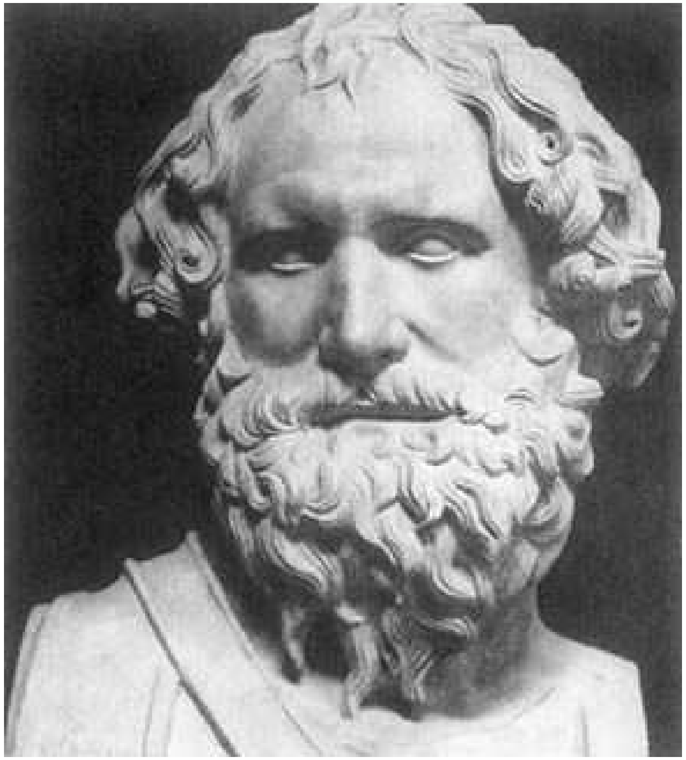


prima di lasciar la (Magna) Grecia



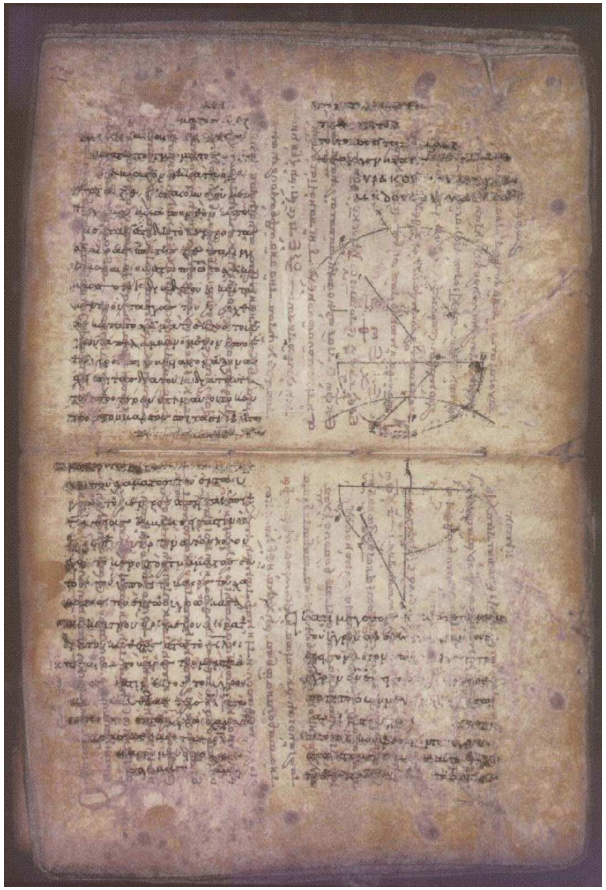
Archimede,
Siracusa 287-212 a.C.

prima di lasciar la (Magna) Grecia



Archimede,
Siracusa 287-212 a.C.

...ed il mistero del palinsesto



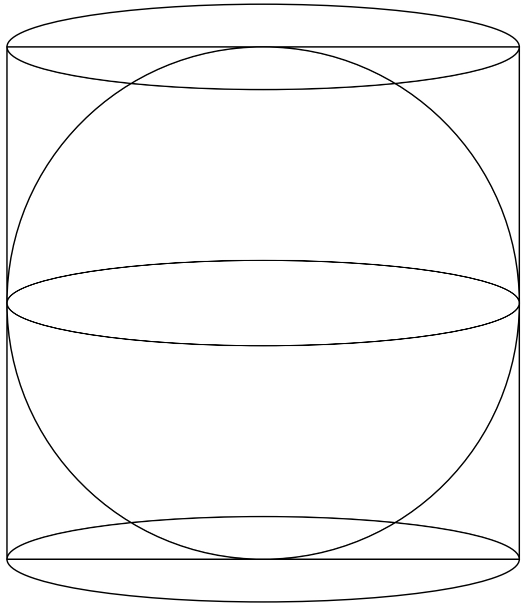
Tra le tante scoperte di Archimede

Determinó con la miglior precisione del tempo il valore dell' area del cerchio di raggio unitario, ovvero del valore del numero trascendente che oggi indichiamo con $\pi (= 3, 14...)$.

Tra le tante scoperte di Archimede

Determinó con la miglior precisione del tempo il valore dell' area del cerchio di raggio unitario, ovvero del valore del numero trascendente che oggi indichiamo con $\pi (= 3, 14...)$.

Inoltre dimostró il seguente: Teorema. La superfice della sfera di raggio r é uguale alla superficie laterale del cilindro circoscritto ovvero $2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$



Archimede Pitagorico

Il mondo é rotondo

... é importante fare misure, dividere territori, tracciare rotte, su scala terrestre ovvero su una sfera.

Il mondo é rotondo

... é importante fare misure, dividere territori, tracciare rotte, su scala terrestre ovvero su una sfera.

Nel 1493 una bolla papale assegna le terre a ovest del ”meridiano che sta 100 leghe ad ovest delle Azzorre” alla Spagna. Nessuno peró sa come determinare questo meridiano. Si bandiscono dei premi in denaro, il primo dalla Spagna nel 1567.

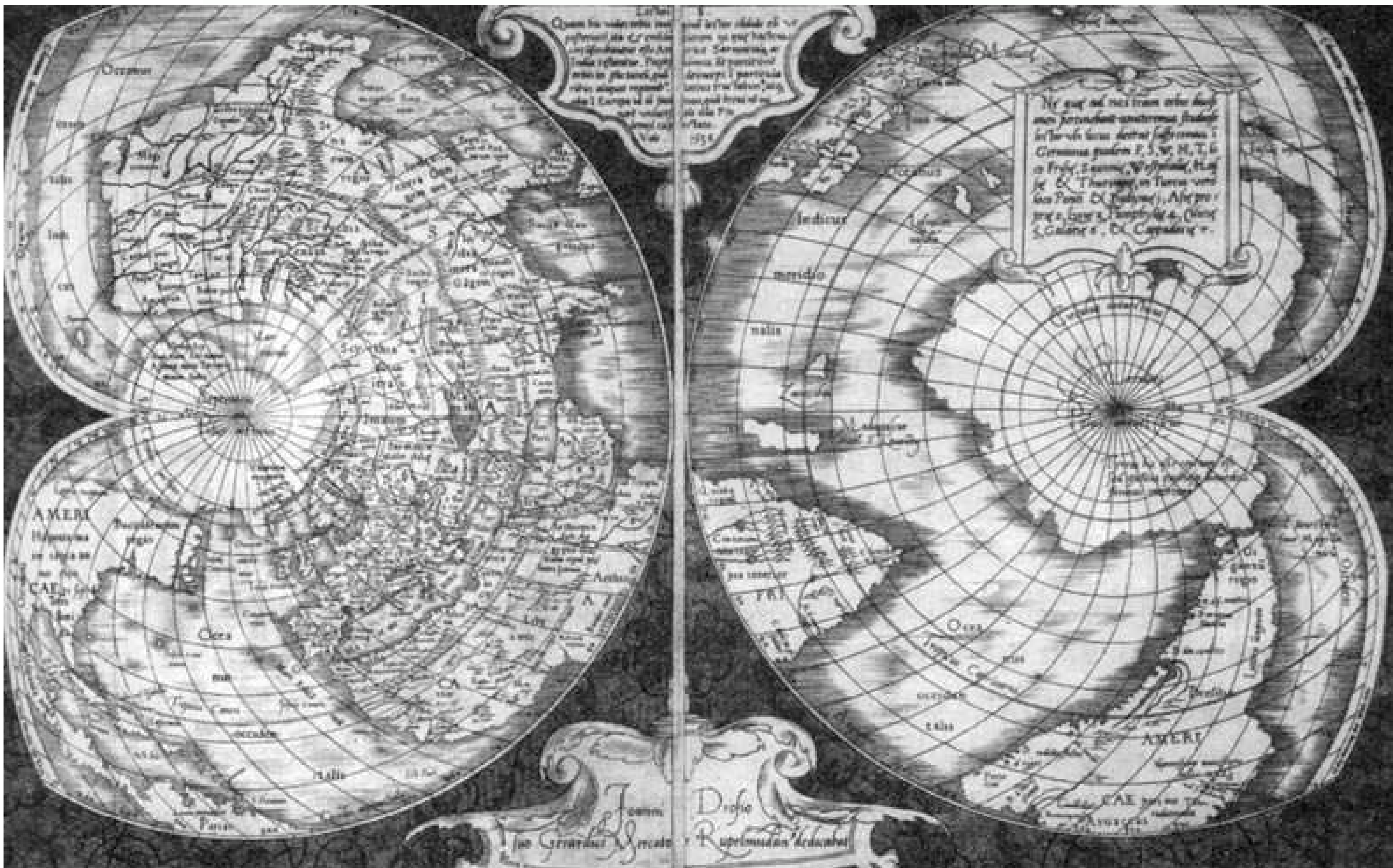
Il mondo é rotondo

... é importante fare misure, dividere territori, tracciare rotte, su scala terrestre ovvero su una sfera.

Nel 1493 una bolla papale assegna le terre a ovest del ”meridiano che sta 100 leghe ad ovest delle Azzorre” alla Spagna. Nessuno peró sa come determinare questo meridiano. Si bandiscono dei premi in denaro, il primo dalla Spagna nel 1567.

Gerardo Mercatore, 1512-1594,
matematico, astronomo, cartografo, eretico
si sforza di ridurre la geometria del globo terrestre alla geometria piana.

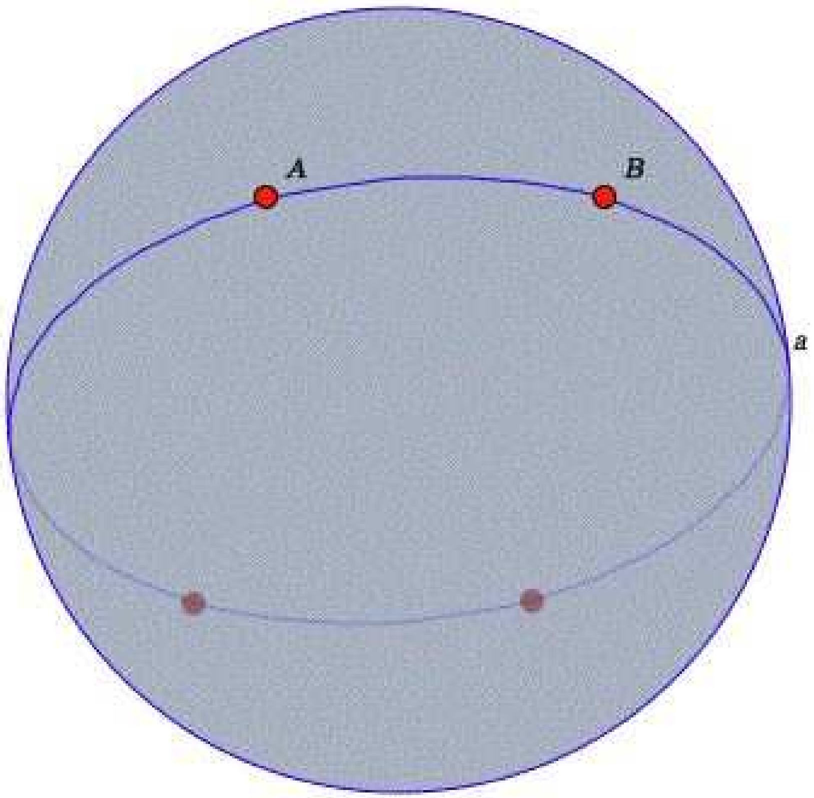
Le proiezioni di Mercatore



Le proiezioni di Mercatore

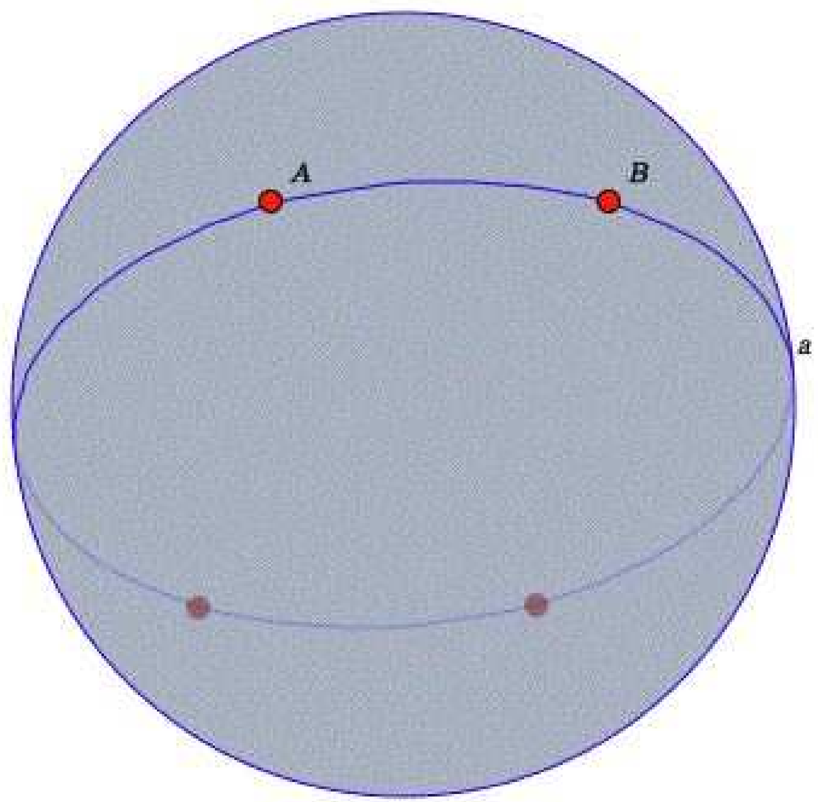
La geometria sferica

Le rette sulla sfera sono i cerchi massimi, ovvero i cerchi che si ottengono intersecando la sfera con un piano passante per l'origine



La geometria sferica

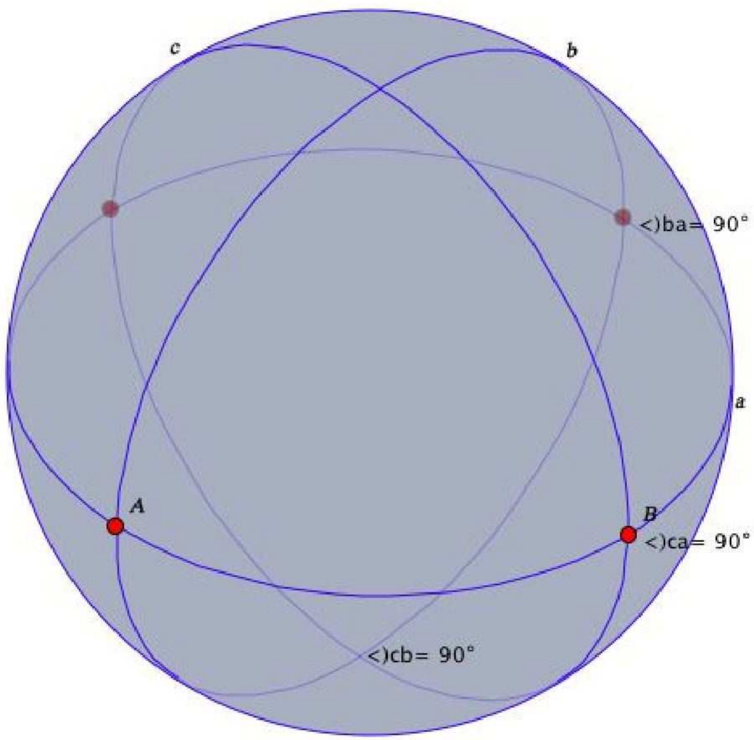
Le rette sulla sfera sono i cerchi massimi, ovvero i cerchi che si ottengono intersecando la sfera con un piano passante per l'origine



Esempio: la rotta di un aereo da Milano a Chicago

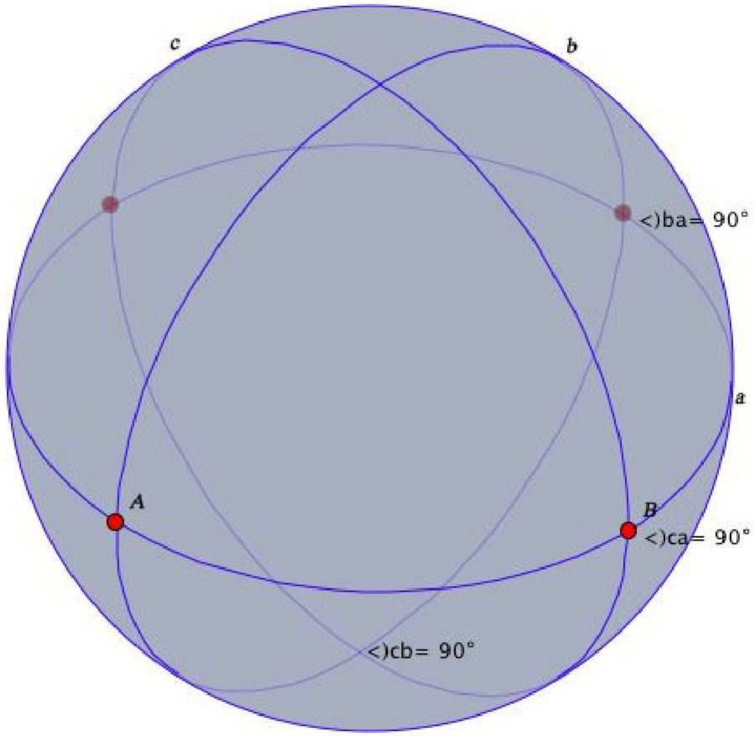
Pitagora é falso!

In geometria sferica non vale il teorema di Pitagora



Pitagora é falso!

In geometria sferica non vale il teorema di Pitagora



In questa geometria per
un triangolo rettangolo
la somma dei quadrati
dei cateti é più grande
del quadrato dell'ipotenusa

Gauss

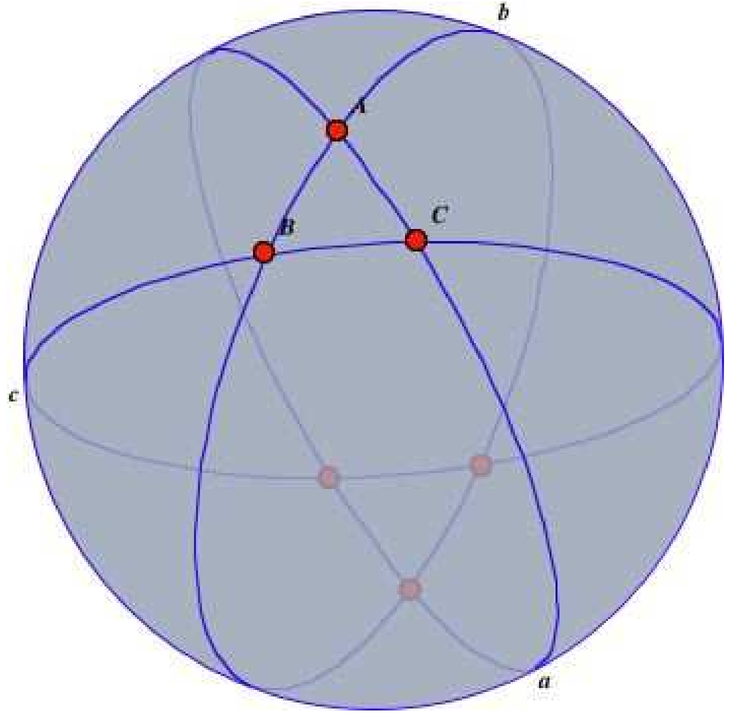
Gauss,
Gottinga, 1777-1855

Gauss

Gauss,
Gottinga, 1777-1855

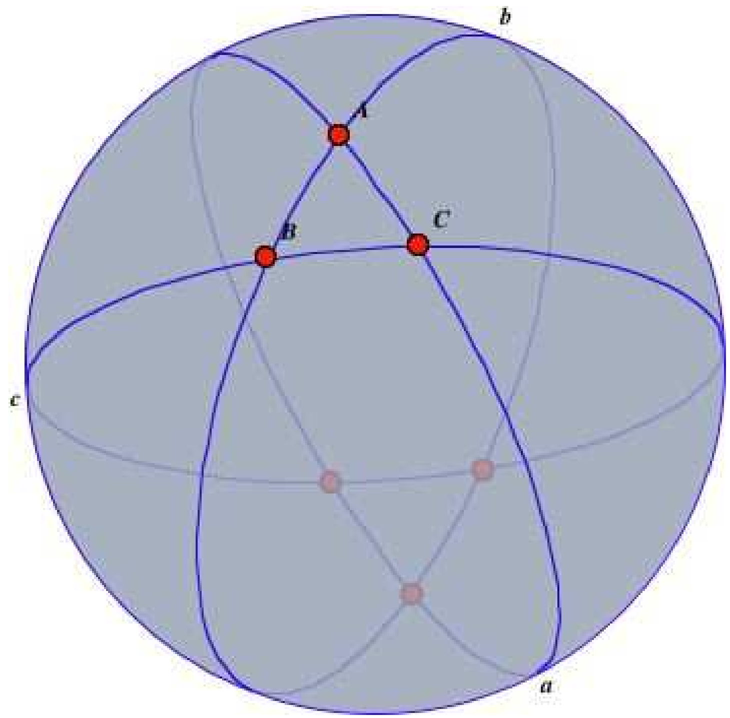
Teorema dell' eccesso di Gauss

Teorema Dato un triangolo sferico con angoli A, B, C



Teorema dell' eccesso di Gauss

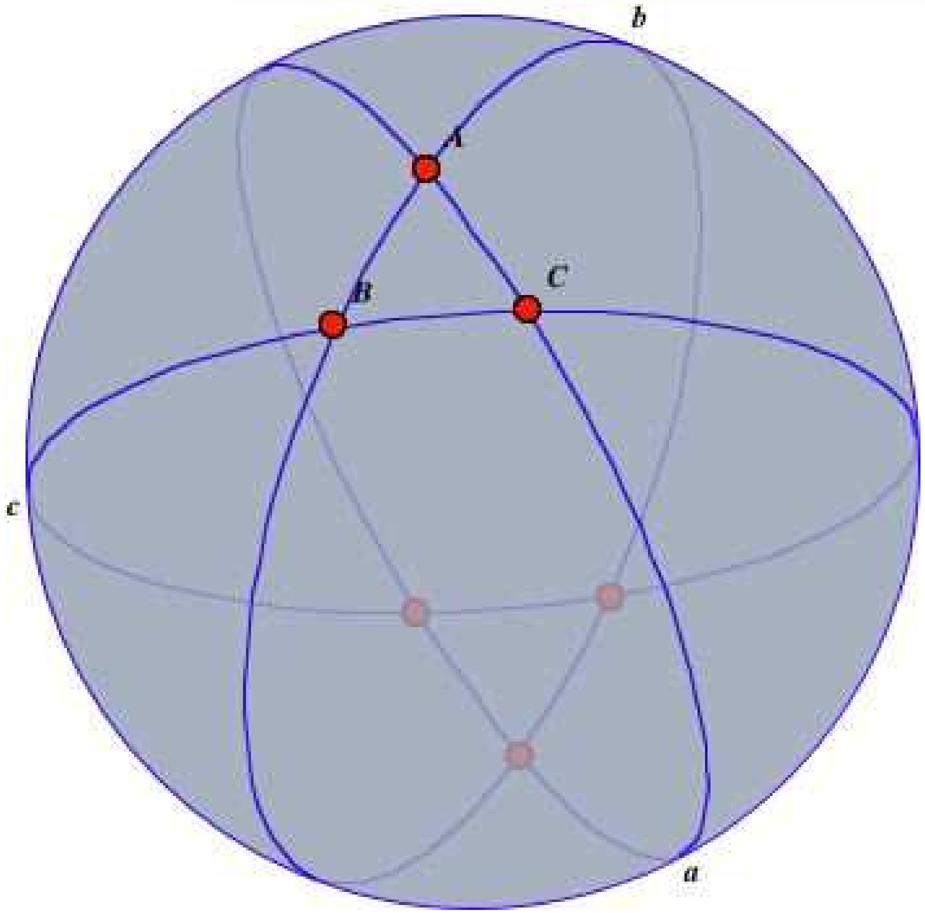
Teorema Dato un triangolo sferico con angoli A, B, C



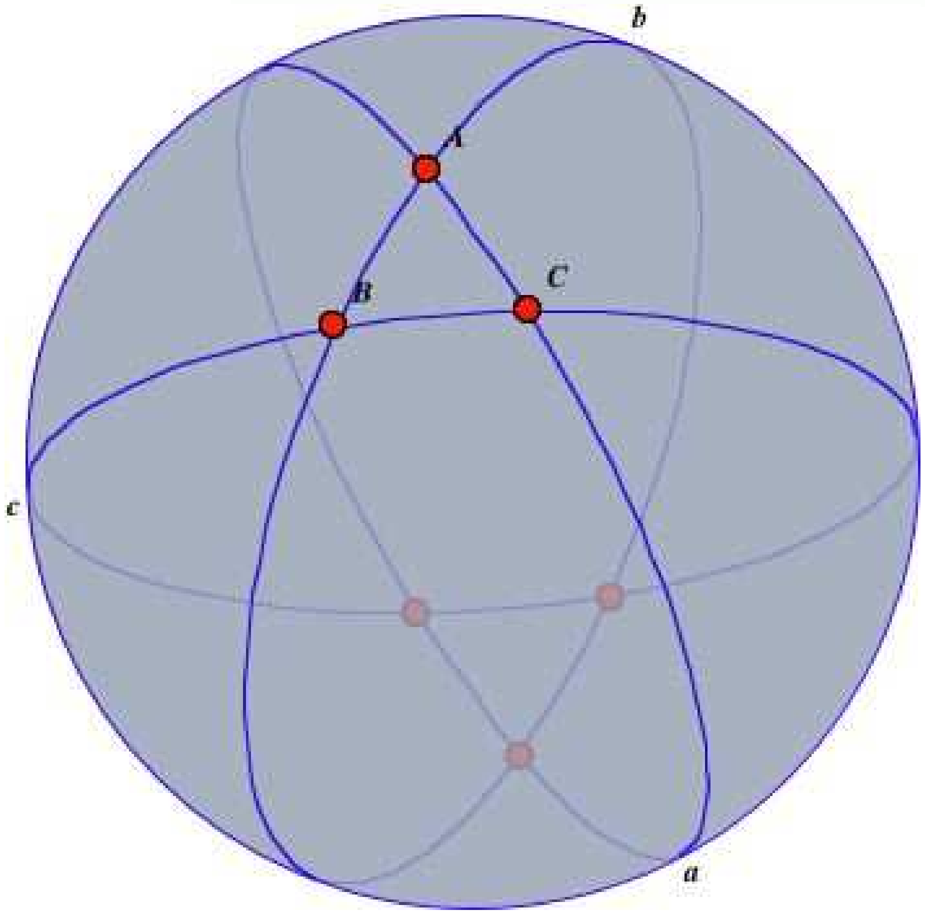
la sua area é data dalla formula

$$\text{Area} = \frac{\pi}{180} r^2 (A + B + C - 180)$$

Dimostrazione

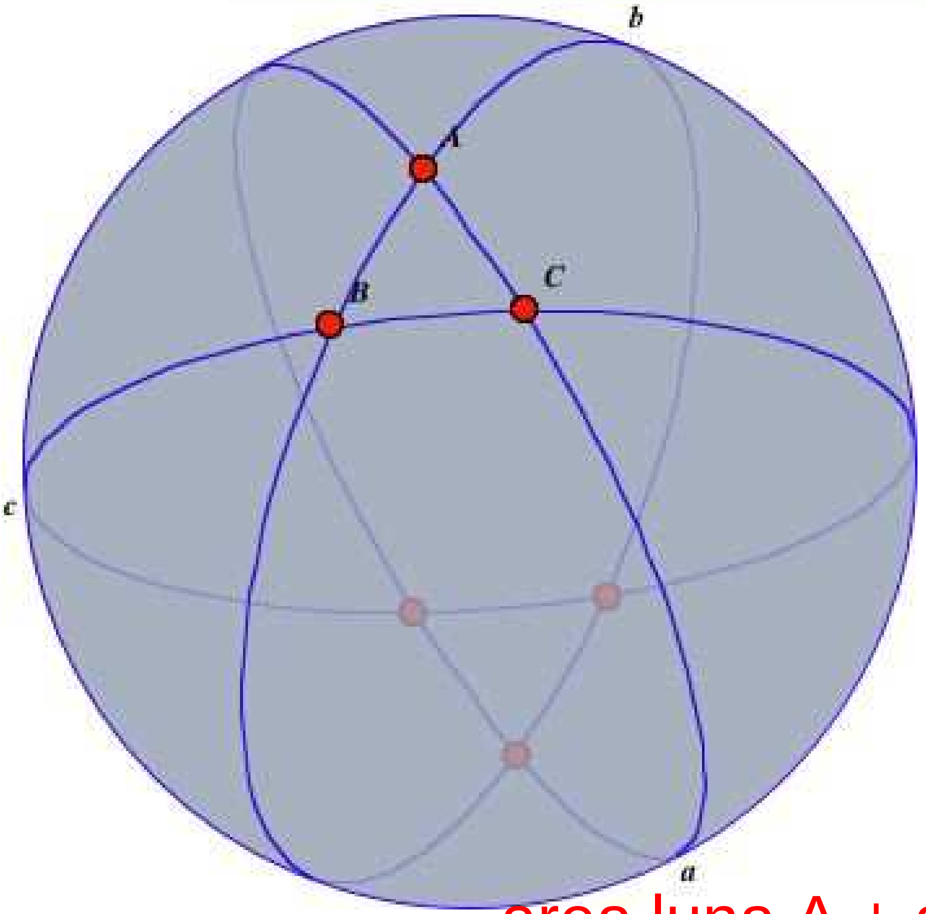


Dimostrazione



osserviamo che le tre lune
definite dagli angoli A,B,C
coprono tutta la sfera,
precisamente ricoprono
tre volte il triangolo ed
il triangolo antipodale,
ogni altro punto sta
solo su una luna.

Dimostrazione

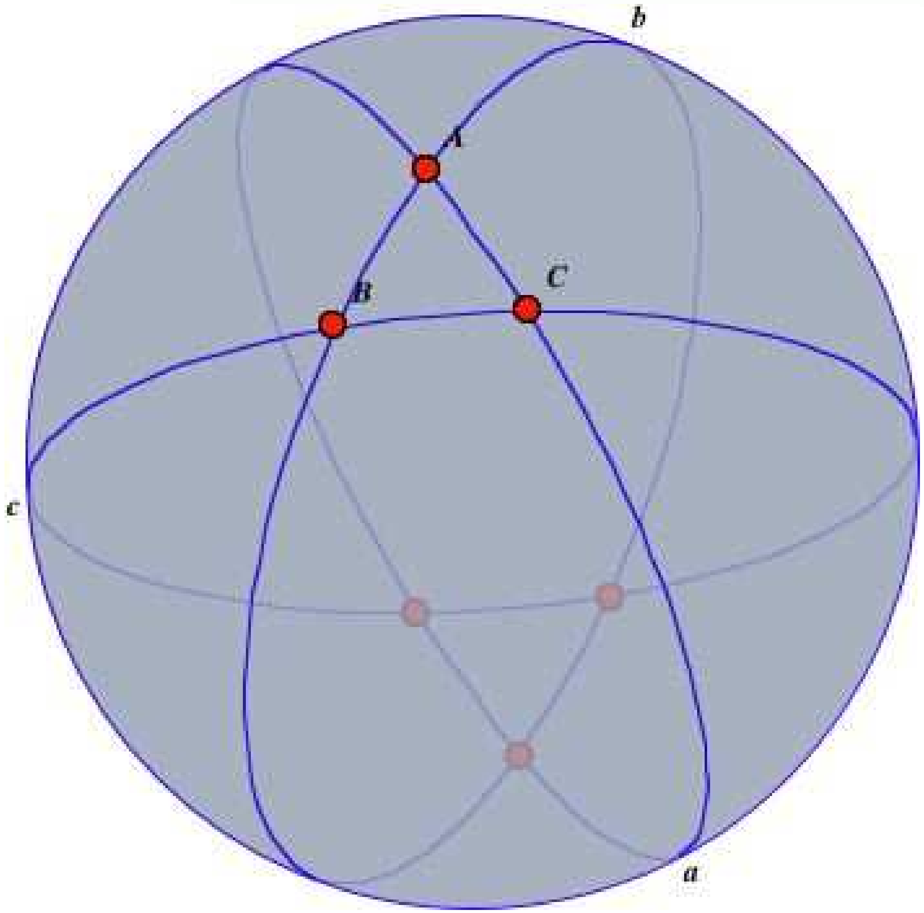


osserviamo che le tre lune definite dagli angoli A,B,C coprono tutta la sfera, precisamente ricoprono tre volte il triangolo ed il triangolo antipodale, ogni altro punto sta solo su una luna.

Abbiamo dunque che vale:

area luna A + area luna B + area luna C = area della sfera + 4 volte area del triangolo

Dimostrazione



osserviamo che le tre lune definite dagli angoli A,B,C coprono tutta la sfera, precisamente ricoprono tre volte il triangolo ed il triangolo antipodale, ogni altro punto sta solo su una luna.

Ovvero:

$\frac{4\pi}{180}r^2A + \frac{4\pi}{180}r^2B + \frac{4\pi}{180}r^2C =$
$4\pi r^2 + 4$ area triangolo

Osservazioni

- la geometria sferica non e' equivalente alla geometria euclidea (Teorema Egregium).

Osservazioni

- la geometria sferica non e' equivalente alla geometria euclidea (Teorema Egregium).

- gli angoli determinano il triangolo.
(In geometria euclidea due triangoli con gli stessi angoli non sono necessariamente uguali, sono semplicemente simili.)

Osservazioni

- la geometria sferica non e' equivalente alla geometria euclidea (Teorema Egregium).

- gli angoli determinano il triangolo.
(In geometria euclidea due triangoli con gli stessi angoli non sono necessariamente uguali, sono semplicemente simili.)

- la curvatura dello spazio determina la geometria, fornisce maggiori elementi di conoscenza. Su questo principio si basa anche la teoria della relativitá.

Geometria iperbolica

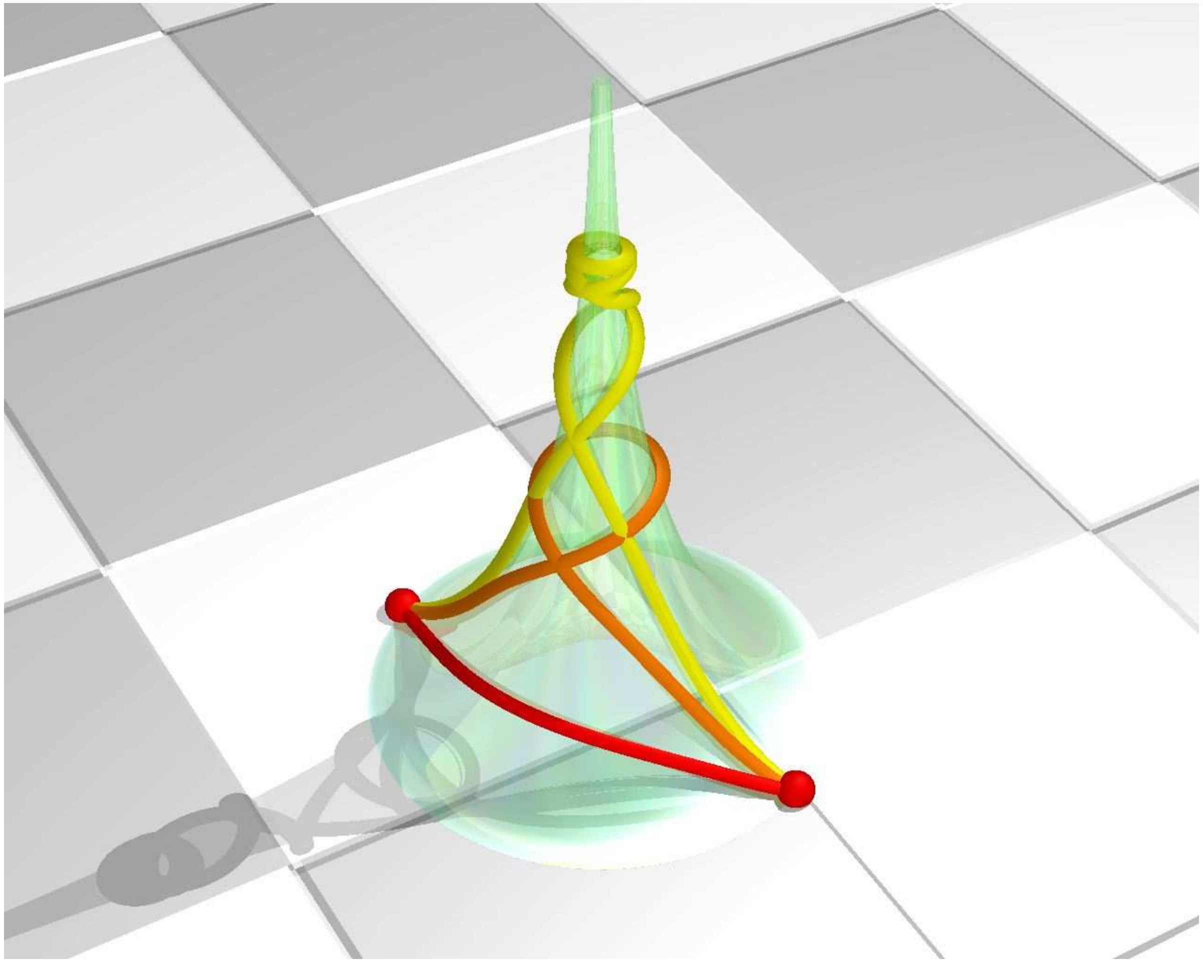
Esiste una geometria nella quale in un triangolo rettangolo la somma dei quadrati dei cateti é piú piccola del quadrato dell'ipotenusa. Questa geometria é detta iperbolica.

Geometria iperbolica

Esiste una geometria nella quale in un triangolo rettangolo la somma dei quadrati dei cateti é più piccola del quadrato dell'ipotenusa. Questa geometria é detta iperbolica.

Questa geometria é stata teorizzata da Bolyai e Lobatchewski. Dalla teorizzazione alla costruzione di un modello la strada é lunga (Hilbert dimostró che non puó essere realizzata nello spazio) .

i sogni diventano...modelli



geometri europei della fine 800

Eugenio Beltrami 1835-1900, Felix Klein 1849-1925, Henry Poincaré 1854-1912

Riemann

Teorema di uniformizzazione di Riemann 1826-1866 . Ogni geometria piana é riconducibile a una delle tre geometrie sopra descritte (euclidea, sferica, iperbolica).

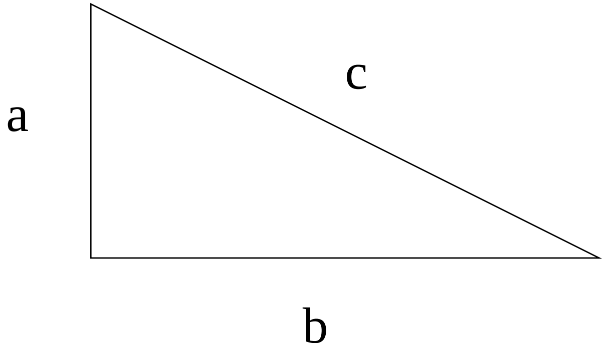
Riemann

Teorema di uniformizzazione di Riemann 1826-1866 . Ogni geometria piana é riconducibile a una delle tre geometrie sopra descritte (euclidea, sferica, iperbolica).

Un teorema simile per dimensioni superiori non é stato dimostrato; in dimensione alta vi sono molte piú geometrie, la maggioranza di tipo iperbolico, che sono anche le piú complesse.

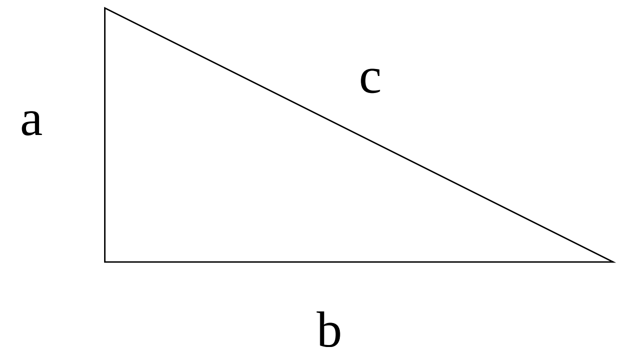
Pitagora: geometria versus algebra

Problema: Che interi a, b, c possono essere lati di un triangolo rettangolo (euclideo) ?



Pitagora: geometria versus algebra

Problema: Che interi a, b, c possono essere lati di un triangolo rettangolo (euclideo) ?



Equivalentemente, per il teorema di Pitagora,

Problema: Che interi a, b, c soddisfano l'identitá

$$a^2 + b^2 = c^2 \qquad ?$$

la teoria dei numeri

L'identitá $a^2 + b^2 = c^2$ vale ad esempio per $a = 3, b = 4, c = 5$.

Diofanto di Alessandria (200 b.c.) trovó una formula che produceva tutti i possibili interi a, b, c.

la teoria dei numeri

L'identitá $a^2 + b^2 = c^2$ vale ad esempio per $a = 3, b = 4, c = 5$.

Diofanto di Alessandria (200 b.c.) trovó una formula che produceva tutti i possibili interi a, b, c.

Leggendo Diofanto, il giurista e matematico Pierre (de) Fermat (1601-1665) formuló il seguente teorema

la teoria dei numeri

L'identitá $a^2 + b^2 = c^2$ vale ad esempio per $a = 3, b = 4, c = 5$.

Diofanto di Alessandria (200 b.c.) trovó una formula che produceva tutti i possibili interi a, b, c.

Leggendo Diofanto, il giurista e matematico Pierre (de) Fermat (1601-1665) formuló il seguente teorema

Non esistono interi non banali a, b, c per i quali valga una identitá del tipo $a^n + b^n = c^n$ per un $n > 2$.

margine stretto

Fermat non forní una dimostrazione di questo fatto, scrisse solo la famosa frase:
”Ho scoperto di questo una dimostrazione davvero meravigliosa, ma il margine di questo libro é troppo stretto per contenerla.”

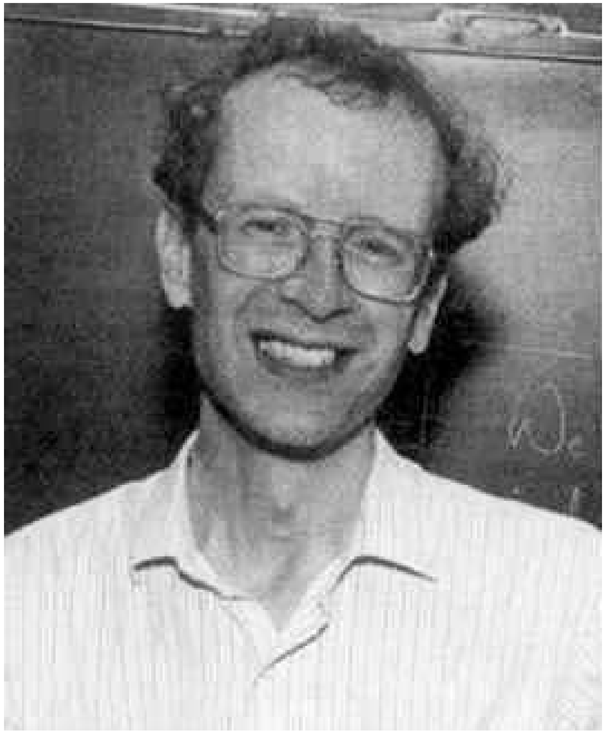
margine stretto

Fermat non forní una dimostrazione di questo fatto, scrisse solo la famosa frase:
”Ho scoperto di questo una dimostrazione davvero meravigliosa, ma il margine di questo libro é troppo stretto per contenerla.”

Tutti i piú prestigiosi matematici da Fermat in poi proposero dimostrazioni del teorema per certi n.

Vittoria!!

Nel 1994 Andrew Wiles (1953 -) ha dato una prova del teorema di Fermat per ogni n



Egli ha di fatto dimostrato una congettura piú generale di natura strettamente geometrica.